

**Tehnici moderne
de generare a mediilor virtuale
prin sinteză grafică
asistată de calculator**

CUPRINS

	Pag.
ABREVIERI	5
INTRODUCERE	6
1. DOMENIUL REALITĂȚII VIRTUALE. MEDII VIRTUALE	9
1.1. Definiții, terminologie specifică	9
1.2. Realitate virtuală, realitate artificială, categorii specifice	11
1.3. Triunghiul lui Burdea, triada realității virtuale	13
1.3.1. Imersiunea	13
1.3.2. Interacțiunea	14
1.3.3. Imaginația	14
1.4. Cubul AIP (autonomie, interacțiune, prezență)	14
1.4.1. Autonomia	15
1.4.2. Interacțiunea	15
1.4.3. Prezența	16
1.5. Medii virtuale	16
2. REPREZENTĂRI ALE CURBELOR, SUPRAFETELOR ȘI VOLUMELOR	18
2.1. Reprezentări ale primitivelor geometrice	18
2.2. Reprezentări ale structurilor și diagramelor	19
2.3. Modelare bidimensională și tridimensională	21
2.4. Reprezentări ale curbelor	24
2.4.1. Trasarea curbelor de formă liberă	27
2.4.2. Curbe parametrice polinomial cubice	30
2.5. Reprezentări ale suprafețelor	36
2.5.1. Suprafețe de rotație	36
2.5.2. Suprafețe obținute prin baleiere spațială	37
2.5.3. Suprafețe de interpolare	38
2.6. Reprezentări ale obiectelor prin rețele de petice	41
3. MODELAREA GEOMETRICĂ TRIDIMENSIONALĂ	43
3.1. Modelarea prin instanțiere	43
3.2. Modelarea pe bază de operații booleene	43

3.3. Reprezentări bazate pe geometria constructivă a solidului .	43
3.4. Descompunerea în celule	44
3.5. Metode bazate pe extrudere	45
3.6. Decuparea spațială	45
3.7. Modelarea multistrat și multiobiect	45
3.8. Suprafețe neregulate și cavități	52
3.9. Vizibilitate și rigiditate	53
3.10. Interferențe globale și cavități (adâncituri)	54
4. SISTEME DE COORDONATE ȘI PROIECȚII	59
4.1. Coordonate carteziene ortogonale	59
4.2. Coordonate cilindrice	59
4.3. Coordonate sferice	60
4.4. Transformări 3D	61
4.4.1. Translația	61
4.4.2. Rotația	62
4.4.3. Matricea de transformare 3D	66
4.5. Proiecții și transformări	67
4.5.1. Proiecții paralele	68
4.5.2. Proiecții perspectivă	68
4.5.3. Transformarea perspectivă. Transformarea de normalizare	69
5. METODE DE REDARE GEOMETRICĂ A IMAGINII OBIECTELOR 3D	72
5.1. Tehnici de „umplere” a suprafețelor	72
5.2. Metode de decupare a poligoanelor și segmentelor	74
5.3. Tehnici pentru eliminarea părților invizibile	75
5.4. Vizualizări ale obiectelor 3D	76
5.4.1. Producerea imaginii de sinteză	76
5.4.2. Metode de redare a imaginii produse prin sinteză grafică	78
6. MODELE DE ILUMINARE ȘI TEXTURARE	80
6.1. Fundamentele teoretice ale percepției vizuale în relief	80
6.1.1. Percepția tridimensională	80
6.1.2. Perspectiva	82
6.1.3. Aspecte psihologice și fiziologice ale formării imaginii în relief	84
6.1.4. Percepția limitelor și fenomenul de constanță	86

6.2. Stereoscopia	87
6.2.1. Vederea stereoscopică directă (naturală)	87
6.2.2. Vederea stereoscopică indirectă	89
6.3. Imaginea în relief și folosirea efectelor speciale	92
6.3.1. Efectul de machetă	93
6.3.2. Paralaxele	94
6.3.3. Efectul de fereastră	95
6.3.4. Efectul de bord	95
6.3.5. Holografia	96
6.3.6. Imaginea multiplexată	96
6.3.7. Imaginea animată în relief	97
6.4. Mărimi fotometrice	98
6.5. Modele de iluminare	99
6.5.1. Modelul local de iluminare al lui Phong	99
6.5.2. Modelul global de iluminare	100
6.5.3. Principiul lansării de raze	101
6.6. Metode de texturare	103
CONCLUZII	111
BIBLIOGRAFIE	114

ABREVIERI

2D	- Bidimensional;
3D	- Tridimensional;
AIP	- Autonomie, Interacțiune, Prezență
API	- Application Programming Interface
CAD	- Proiectare asistată de calculator (Computer Aided Design)
CAE	- Inginerie asistată de calculator (Computer Aided Engineering)
CAM	- Fabricație asistată de calculator (Computer Aided Manufacturing)
CSG	- Geometria Constructivă a Solidului (Constructive Solid Geometry)
GCS	- Sistem de coordonate global (global coordinate system)
Harta G	- Harta Gaussiană (reprezentarea sferică)
Harta V	- Harta Vizibilității
HMD	- Set de ecrane de vizualizare pentru cap (Head - Mounted Displays)
IFS	- Interactive Function System
MIT	- Massachusetts Institute of Technology
PS	- Puterea de separare monoculară
PSS	- Puterea de separare binoculară
SF	- Science fiction
RV	- Realitate virtuală
WCS	- Sistem de coordonate de lucru mobil (work coordinate system)

INTRODUCERE

Încă din anii șaptezeci, proiectanții de sisteme pentru armată, industrie, telecomunicații, agricultură, mediu etc. au identificat grafica pe calculator drept o tehnică în dezvoltare, capabilă să influențeze în mod considerabil elaborarea și testarea de noi variante de concepție și realizare.

În următoarele decenii, în acest domeniu s-a produs o evoluție importantă determinată în principal, de creșterea puterii calculatoarelor și de ieftinirea microprocesoarelor. Calculatoare programabile în limbaje de nivel înalt și care pot face rapid calcule incredibile de proiectare avansată sunt acum utilizate în toate mediile. Acestea pot fi conectate la dispozitive grafice performante pentru a oferi alternative tehnologice și funcționale integrate. Odată cu ieftinirea lor, microprocesoarele sunt tot mai intens folosite și la dispozitivele periferice astfel încât utilizatorii au la dispoziție soluții comerciale cu preț accesibil și fiabilitate mare.

Această lucrare și-a propus să realizeze o trecere în revistă a stadiului și tendințelor generale ale proiectării aplicațiilor grafice în general, și ale utilizării graficii de sinteză pe calculator pentru sisteme de realitate virtuală, în special. Am avut în vedere mai ales depistarea acelor zone în care se așteaptă ca eforturile de investigare științifică să producă rezultate în valorificarea cunoștințelor comune mai multor domenii, prin transfer internațional de date și tehnologii. Aplicațiile de realitate virtuală vizează cele mai variate și interesante domenii. Am inițiat o analiză de ansamblu asupra domeniilor de utilizare posibile, pentru a sugera liniile posibile de cercetare și valorificare.

Proiectele de cercetare–dezvoltare aflate în derulare începând cu 1996, la București și Suceava, la care am participat ca membru în echipă, au evidențiat faptul că realitatea virtuală (**RV**) oferă noi tehnici, metode și metodologii pentru activitățile cele mai variate din domeniile: social, economic, tehnic, medical, cultural, turistic etc. Un interes deosebit am acordat noilor concepte, metodologiilor și strategiilor moderne, cu influențe determinante în realizarea unor aplicații interdisciplinare spectaculoase.

Am prezentat în lucrare definițiile domeniului **RV** și a tehnicilor utilizate. Ceea ce distinge fundamental **RV** ca disciplină informatică, de utilizarea anterioară a calculatoarelor în aceleași domenii de aplicare, este faptul că aceasta abordează construirea de sisteme complexe hardware&software și nu de colecții de programe. Principalul obiectiv al acestei lucrări a fost prezentarea utilizării sintezei grafice pe calculator în domeniul **RV**, precum și a conceptelor de bază, procedurilor, tehnicilor implicate în producția imaginii de sinteză asistate de calculator.

În cadrul acestor investigații și cercetări, abordările care conturează sinteza grafică pe calculator ca metodologie au fost în primul rând motivate de cerințele practice ale activității de proiectare pentru aplicațiile de realitate virtuală. O formulare care s-a impus în literatura de specialitate descrie sinteza grafică pe calculator ca fiind echivalentă cu integrarea de module hardware și software adecvate pentru a crea aplicații grafice pentru cerințe particulare.

O abordare mai generală ia în considerare întregul domeniu al graficii de sinteză ca o activitate conceptuală, metodologică și tehnică. Am utilizat instrumentele analizei fundamentale a sistemelor pentru a găsi locul și rolul producției de imagine de sinteză în contextul specific domeniului **RV**. În lucrare se prezintă aspectele teoretice, metodologice și tehnice care se impun ca particularități relevante privind utilizarea sintezei grafice în aplicațiile de **RV**.

Tehnicile prezentate sunt generale pentru aplicațiile de generare a mediilor virtuale; de asemenea, limbajele de programare, structurile de informații necesare pentru descrierea datelor și sistemele de operare necesare execuției programelor. Anumite tehnici sunt specifice doar aplicațiilor de **RV** interactive, în care este extrem de importantă interfața operator - calculator, specifică aplicațiilor de **RV**.

Domeniul graficii se poate împărți în două teme majore: *analiza imaginii* și *sinteza imaginii*. *Analiza imaginii* presupune că există deja imaginea obținută prin diferite tehnici de captare (foto, video, radar, televiziune etc.) și aceasta se dorește să fie doar exploatată. *Sinteza de imagine* constă în ansamblul de acțiuni ce se execută pentru a produce o imagine pornind de la date abstracte. Această lucrare se ocupă exclusiv de cea de-a doua temă.

Documentarea în domeniul sintezei grafice a debutat cu studierea fundamentelor matematice și fizice ale producției și vizualizării imaginilor.

De asemenea, am investigat procedurile, algoritmi, metodele și tehnicile care permit ca, pornind de la datele modelate ca reprezentări elementare, să se producă efectiv *imagini de sinteză* pe calculator.

Pentru a reprezenta obiectele (naturale sau artificiale), precum și deplasarea lor, deformările și interacțiunile, trebuie cunoscute și bine stăpânite diferite noțiuni de matematică, fizică (mecanică, acustică, optică, electronică) și desigur, informatică. Acesta este motivul pentru care am trecut în revistă probleme de reprezentare a curbelor și suprafețelor, de modelare a solidelor, de transformări și proiecții în diferite sisteme de coordonate.

Probleme importante pentru producția de imagine de sinteză sunt și cele legate de calculele referitoare la iluminare, precum și de proiecție a imaginii obținute. Pentru calcularea iluminării am prezentat cele mai cunoscute metode și anume, cea care utilizează aproximările și cea care calculează interacțiunile luminoase (radiozitatea). Pentru redarea imaginii am prezentat cele mai utilizate metode și anume: procedeul "redării proiective" (care integrează interpolările pentru culori) și procedeul "lansării de raze" (care permite o mai fină prezentare a texturilor și a reflexiei, ceea ce îmbunătățește calitatea imaginii redată).

Am trecut în revistă tipurile de reprezentări folosite în modelarea tridimensională, de la descompunerea / compunerea obiectelor complexe pe bază de operații boolene, la lucrul cu voxeli (volum elementare 3D).

Există încă numeroase probleme nerezolvate în domeniul modelării obiectelor tridimensionale, una dintre acestea fiind faptul că modelele sunt cu atât mai instabile și inconsistente numeric, cu cât ele reprezintă obiecte mai complexe ca formă spațială. Am insistat asupra celor mai intuitive metode de reprezentare ale obiectelor tridimensionale.

Am studiat transformările geometrice bidimensionale și tridimensionale de bază, utilizate în majoritatea aplicațiilor de sinteză grafică (translații, rotații etc.). Parcurgerea fundamentelor teoretice care definesc transformările geometrice și apoi le utilizează pentru a defini proiecțiile geometrice, sunt indispensabile pentru orice realizator de grafică asistată de calculator și mai ales, pentru afișarea obiectelor tridimensionale pe un suport bidimensional (ecran, imprimantă, plotter etc.).

Un proces important este vizualizarea obiectelor tridimensionale, proces care parcurge următoarele faze secvențiale: producerea imaginii obiectelor și redarea acestor obiecte. Aceste operațiuni încep prin conversia imaginilor în pixeli și efectuarea unei serii de acțiuni la nivel de pixel, toate având scopul de a mări realismul reprezentării obținute, care se livrează utilizatorului.

Sinteza grafică pe calculator poate fi definită ca un ansamblu de tehnici și metode necesare realizării unei imagini. Imaginea este produsul final al graficii de sinteză și, în același timp, nucleul său. Toate tehnicile utilizate au fost definite relativ la acest obiectiv. Imaginea este accesibilă prin intermediul suportului de vizualizare (ecranul) și suportului de percepție (ochiul). Caracteristicile acestor două entități sunt esențiale pentru înțelegerea principiilor sintezei de imagine asistată de calculator.

Modelarea geometrică a suprafețelor obiectelor care compun o scenă, împreună cu aplicarea algoritmilor de umbrire și iluminare a scenei, nu sunt suficiente pentru a obține o imagine realistă. Suprafețele obiectelor reale posedă un aspect foarte diversificat, fețele obiectelor nu sunt netede și nici culorile nu sunt uniforme. Texturile sunt caracteristici deosebit de importante, indispensabile pentru a da realism imaginilor de sinteză. Am prezentat grupele de metode și tehnici folosite în domeniul producerii texturilor de sinteză, și anume: modelarea fractală, texturile solide și sistemele de particule.

Producția imaginilor grafice prin sinteză pe calculator este baza realizării scenelor și obiectelor care, compun *mediile virtuale*.

Realizarea unor medii virtuale, de o asemenea calitate tehnică și senzorială, încât să ofere posibilitatea parcurgerii unei experiențe care să nu poată fi deosebită de realitate, rămâne o provocare tehnică, tehnologică și științifică pentru viitor, momentan nefiind încă posibilă.

1. DOMENIUL REALITĂȚII VIRTUALE. MEDII VIRTUALE

1.1. Definiții, terminologie specifică

Realitatea virtuală (RV) este o metodologie nouă care îmbină informatica, optica și robotica. În universul perceptibil, realitatea virtuală definește un spațiu care se suprapune realului, fără a interfera cu el. Incursiunea în virtual este o călătorie într-o regiune improbabilă, generată din date numerice stocate în calculator. Realitatea virtuală este, în sensul etimologic al cuvântului, o utopie: este în fapt, un "non-spațiu", ea propune o călătorie nicăieri.

Jolivalt [21] îl citează pe Michitaka Hirose, profesor la Facultatea de Tehnologie din Tokyo, care afirmă că "virtual nu înseamnă fictiv". Realitatea virtuală nu este ceva real; se poate spune că ea există ca efect real sau se definește ca o realitate sub forma aparentă a rezultatului.

Termenului de realitate virtuală, intrat în limbajul curent, William Bricken îi preferă expresia "*mediu virtual*" care pune accentul mai ales pe implicația imersiunii omului în lumea artificială. Termenul "*mediu*" exclude ambiguitatea atașată cuvântului "*realitate*", el marchează distanța față de simulare care presupune reproducerea exactă a realității [24]. Acest termen evocă imersiunea, poziția operatorului în centrul universului care se construiește împrejurul său. *Mediul virtual* asigură o experiență multidimensională, generată total sau parțial de calculator și susceptibilă de a fi validată sau nu de participantul pe plan cognitiv.

Cercetătorii britanici Mel Slater și Martin Usoh definesc mediul virtual ca pe o "împrejurime" creată prin interacțiunea unui participant uman cu o lume generată de calculator. Acesta produce informații de ordin vizual, auditiv, chinestezic etc. (prin aceasta înțelegând dispozitivele de returnare tactilă și a efortului) [24].

Realitatea virtuală nu a inventat lumile virtuale, ea le-a împrumutat de la *simulare*, care a precedat *realitatea virtuală*. Piloții, pe parcursul stagiilor lor de pregătire, survolează de prin anii '80, peisaje virtuale, calculate de generatoare puternice de imagine. Instalați în reproducerea exactă a unui cockpit de avion, ei văd împrejurul lor un decor care le este familiar, deoarece reproduce exact realitatea: piste de decolare, clădiri aflate în incinta aeroportului, traficul la sol și în aer - toate acestea fiind conforme cu realitatea. Accelerările, încetinirile, turbulențele care se practică pe durata unui zbor fictiv sunt redate de sisteme hidraulice.

În mod firesc, se pune problema diferențelor între *simulare* și *realitatea virtuală*. Se admite că *realitatea virtuală* pornește de la *simulare*; pe de altă parte, *simularea* este considerată frecvent ca fiind un caz particular, o latură a *realității virtuale* din care face parte integrantă. Interacțiunea în timp real, care o caracterizează, o include în rândul aplicațiilor de *realitate virtuală*.

Simularea, care se află la originea realității virtuale este, în mod egal, un produs al acesteia. Simularea lasă operatorul în exteriorul calculatorului, pe când realitatea virtuală îl plasează în interior.

Tastatura, comenzile fizice, manetele etc. sunt superflue, deoarece operatorul se află cu corpul său în interiorul unei replici a lumii reale. Atâta timp cât conduce un vehicul virtual, așezat într-o cabină, operatorul participă la o *simulare*. Dacă el decide să părăsească cabina, să continue drumul cu piciorul printr-o așezare virtuală - aceasta înseamnă că intră pur și simplu în *mediul virtual*. Beneficiind de o viziune totală asupra lumii care îl înconjoară, el poate

contempla ultimele etaje ale clădirilor înclinând capul și poate întâlni sau conversa cu o ființă virtuală [6].

Realitatea virtuală este capabilă nu numai de a simula un anumit mediu, dar și de a propune o abordare nouă, diferită, inedită, fondată pe imaginație și creativitate.

Realizatorii de jocuri video exploatează această deschidere spre lumile imaginare și atribuie jucătorilor puteri fabuloase. Industria militară se interesează de posibilitățile *realității virtuale*, mai ales pentru că aceasta face sesizabile fenomene care scapă simțurilor, cum ar fi punerea în evidență a contrastelor subtile dintre materiale sau viziunile termice care permit vizualizarea în infraroșu.

Universurile paralele, prezentate de literatura SF sunt acum la îndemâna publicului care le poate accesa de la puternice stații informatice, în cadrul rețelelor de calculatoare [1].

Realitatea virtuală îl imersează pe om, pentru prima dată în istoria umanității, în produsul gândirii sale. Ea permite unui individ să se introducă în imaginarul concepției de lumi virtuale și deci, în gândurile altuia [31].

Cărțile și, într-o mai mică măsură, spectacolul invită cititorul și spectatorul să adere la gândurile autorului, dar cu prețul unei recreații a imaginarului care nu se poate face fără o inevitabilă derivă. Cititorul, atâta timp cât citește, se află în interiorul prozei autorului, toate descrierile fiind subiective. *Realitatea virtuală* are capacitatea de a se adresa simțurilor, de a face posibilă vizionarea și explorarea unei lumi imaginare, dotate cu legi și reguli care au fost implementate anume acestei lumi.

Pentru Jaron Lanier, care a inventat termenul de realitate virtuală, ea este "*o fereastră deschisă spre o lume imaginară*"; această definiție parțială și superficială, dar frecvent citată, redă totala libertate cu care proiectanții elaborează după placul lor, proprietățile lumilor virtuale pe care le concep [33].

Jurnalistul specializat Howard Rheingold subliniază "*libertatea perspectivei care, în realitatea virtuală, se opune perspectivei fixe impuse de cinema și televiziune, de unde diferența crucială între aceste tehnologii, deoarece observatorul nu mai este așezat, contemplând în mod pasiv ceea ce a fost produs de altcineva și care îi este oferit sub un singur unghi, ci poate veni și pleca, închide și deschide o ușă pentru a vedea ce se află în spatele ei, poate explora lumea virtuală și poate participa la vizitarea acesteia*" [36].

Progresul previzibil al domeniului **RV** implică probleme filozofice și etice, ca o consecință a manierei de a reprezenta și interpreta lumile artificiale sau a raportului între impresiile vizuale, acustice sau tactile sugerate utilizatorului și modelele abstracte care le-au generat sau a dialecticii „real” și „posibil”.

Într-o aplicație de **RV** calculatorul prezintă un mediu fictiv, cu care operatorul interacționează direct; dar pentru această interacțiune cu virtualul, se stabilește și o interacțiune efectivă cu lumea reală (*Figura 1.1.*) [42].

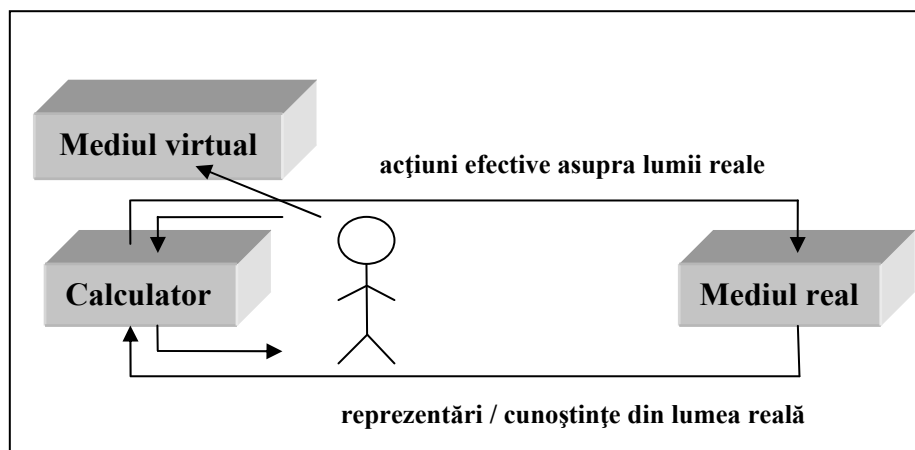


Figura 1.1. Operatorul, lumea reală și lumea virtuală

IBM definește realitatea virtuală după criterii pur tehnice, ca fiind "o interfață om-calculator permițând utilizatorului să experimenteze un mediu de sinteză interactiv și tridimensional. Această lume artificială conține obiecte și sunete ce simulează lumea reală. Utilizatorul, care poate influența împrejurimea virtuală în timp real, plonjează într-un mediu sintetic, ceea ce declanșează experiența imersivă" [6].

1.2. Realitate virtuală, realitate artificială, categorii specifice

Expresia "realitate virtuală" este deseori controversată deoarece mijloacele specifice acestei noi tehnologii, conținând mulți termeni specifici, sunt permanent în schimbare și se încearcă să se asocieze terminologia domeniului cu noile tehnici caracteristice. Unii autori preferă termenul de *realitate artificială*. Utilizând acest termen se evită confuzia ce derivă din complexitatea conceptelor realității virtuale. *Realitatea artificială* se prezintă ca un termen de o mai mare acuratețe.

Realitatea artificială se definește ca fiind stimularea minții sau simțurilor pentru a crea un simulacru de realitate în imaginație. Definiția accentuează în mod deliberat rezultatele și nu tehnica folosită pentru a obține aceste rezultate. O definiție mai "îngustă" ar defini realitatea virtuală în termeni de stimulare a simțurilor, dar se ignoră faptul că imaginația puternică este capabilă să suplinească neajunsurile create de limitările tehnice.

Termenul de *realitate virtuală* a fost constrâns să se refere mai ales la ceea ce este legat de reprezentarea tridimensională imersivă și evidențiază mai ales categoriile cu care această tehnică nouă operează. Aceste categorii, începând cu cele mai modeste forme ale *realității artificiale* și terminând cu cele mai avansate forme ale *realității virtuale* [8] sunt următoarele:

Textul - Textul este o formă particulară a realității artificiale, cea care apelează în cea mai mare măsură la imaginație și o solicită intens. Textul formează elementul de bază de la care pornesc celelalte categorii ale realității artificiale.

Imaginea 2D - Imaginile bidimensionale și textul pot fi folosite împreună, ceea ce reflectă complementaritatea lor. Conceptul de complementaritate este important pentru realitatea virtuală, care apelează la un suport virtual, aceasta fiind de multe ori cel mai bun mod de a transmite informația sau de a stimula imaginația.

Imaginea 3D - Din punct de vedere tehnic, imaginile tridimensionale reprezintă o evoluție interesantă în mișcarea către o realitate artificială sofisticată. Simulacrul celei de-a treia dimensiuni este impresionant prin efectul său, chiar și atunci când calitatea imaginii este de o rată mai scăzută.

Animația - Spre deosebire de imaginile **2D** și **3D** statice și care nu creează efecte senzoriale intense, animația transmite un efect al realității foarte puternic și oferă un plus de credibilitate aplicației.

Imaginea video - Ar fi de așteptat ca *imaginile video* să fie incluse la *animație*. Cele două tehnologii prezintă însă suficiente diferențe pentru a fi tratate în mod separat. Imaginile video captează aspecte din realitate, pe când animația este în totalitate artificială. Convertirea unui film la animație începe prin utilizarea secvențelor video ca fundal. Se înlocuiesc câteva cadre din secvență și se introduc obiecte noi.

Sunetul - Evoluția tehnologică a permis ca majoritatea computerelor actuale să prezinte facilități multimedia. Apariția plăcilor de sunet permit redarea sunetului stereo de o calitate deosebită.

Mișcarea 3D - Preocupările pentru realizarea mișcării **3D** sunt destul de recente. Realizările actuale necesită ochelari speciali pentru a vedea imaginea în trei dimensiuni, iar producerea acestora necesită echipamente sofisticate. O altă tehnică înlocuiește ochelarii, cu secvențe de scene destinate fiecărui ochi, trimise direct ochiului respectiv. Relieful imaginii se compune pe cortexul uman. Aceste tehnici se vor detalia în continuare.

Dispozitivele de intrare 3D - Unul din cele mai frustrante aspecte ale tehnologiei **3D** este imposibilitatea de manipulare a obiectelor 3D. Experimentarea unor dispozitive de urmărire montate pe cap, mouse 3D, mânuși interactive etc., nu au dus încă la găsirea unor soluții suficient de ieftine și adecvate lucrului în medii **3D**.

Head-Mounted Displays (HMD) sau Headsets - Termenul **HMD** se referă la căști care prezintă ecrane de vizualizare. Acestea măresc unghiul de vizualizare uman la maximum. Complexitatea impusă de unele aplicații particulare de realitate virtuală constituie o problemă tehnică, tehnologică și financiară. De asemenea, software-ul necesar este foarte specializat. Este necesară prelucrarea și transferarea unor mari cantități de date, greu de realizat de calculatoare având configurații uzuale.

Wide-Angle Displays - Lățimea orizontului vizual caracterizează realismul prezentării. Următorul pas tehnologic ce trebuie parcurs ar fi realizarea de HMD cu un câmp de vizualizare aproximativ egal cu cel uman. Acesta ar fi un pas major care ar putea revoluționa domeniul **RV**. Dezvoltarea tehnologiilor de afișare ar permite prelucrarea și prezentarea unui număr suficient de mare de pixeli necesari unui unghi de vizualizare realist.

Tactile Feedback - Simțul tactil ar trebui să facă parte dintr-o reprezentare realistă. O senzație care să fie trimisă de la calculator către operator ar putea da informații privind direcția de deplasare. Există *mouse vibrator* dar puține produse software suportă tehnologia de "tactile-feedback". O altă formă de returnare a senzației tactile o reprezintă realizarea unor "mânuși" care să permită sugerarea senzației de prindere a unui obiect.

Head and Body Tracking - Urmărirea mișcărilor capului și corpului permite o comunicare mai naturală cu computerul. Recunoașterea vocii este importantă, dar un semnal de încuviințare echivalent cu apăsarea unui buton "OK", poate fi realizat și printr-o mișcare a capului. Majoritatea gesturilor naturale sunt încă un mister pentru calculator. Unele jocuri video utilizează senzori circulari amplasați în podea.

Alte sisteme experimentează monitorizarea operatorului uman prin intermediul unor camere video și analizarea imaginii pe computer pentru determinarea poziției și a expresiilor faciale. Aceste sisteme sunt încă foarte scumpe.

Nonvisual Sensory Output - Senzorii de ieșire nonvizuali simulează simțuri ca mirosul și pipăitul, extrem de greu de integrat în conexiunile unui sistem **RV**. Momentan este posibilă sintetizarea unui număr redus de mirosuri, cele mai multe fiind imposibil de reprodus încă. Pipăitul este, de asemenea, o acțiune foarte complexă. Senzorii tactili sunt amplasați pe toată suprafața corpului uman. Este greu de implementat un număr mare de senzori pe toată suprafața corpului, cum se încearcă deocamdată pentru mâini.

Extrasensory Input and Output - Senzorii de intrare și ieșire extrasenzoriali se referă la posibilitatea de a implica date nesenzoriale, operațiune realizabilă prin cartografierea hărții de semnale transmise de un anumit tip de senzori și interpretarea acestor semnale după conversia lor (de exemplu, convertirea datelor infraroșii în sunete sau imagini). Există posibilitatea de a transmite informații într-un mod mai direct, prin "maparea" senzorilor direct pe creier, dar tehnologiile sunt încă în faza de experiment.

Total Immersion - Imersiunea totală este obiectivul final al realității virtuale. Un sistem de **RV** care să ofere parcurgerea unei experiențe atât de credibile încât să nu poată fi deosebită de realitate, rămâne o provocare tehnică, tehnologică și științifică pentru viitor, momentan nefiind realizată.

1.3. Triunghiul lui Burdea, triada realității virtuale

Românul Grigore Burdea, profesor la Universitatea Rutgers (USA) și unul dintre precursorii cercetărilor asupra sistemelor de realitate virtuală teoretice și practice (a condus Departamentul de Interfețe om-mașină), înscrie realitatea virtuală într-un triunghi având fiecare latură notată cu „i”, ele raportându-se la cele 3 fundamente ale realității virtuale:

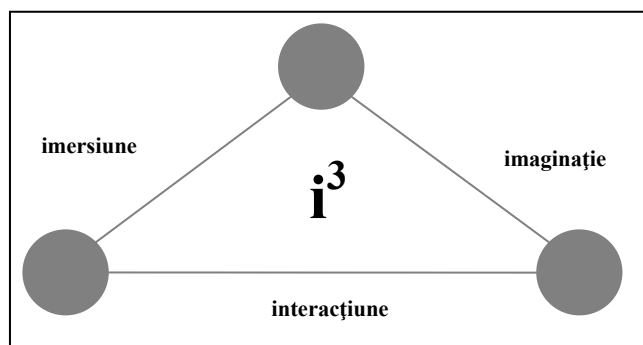


Figura 1.2. Triunghiul lui Burdea; triada realității virtuale

1.3.1. Imersiunea

Imersiunea este trăsătura care impune ca subiectul să se scufunde fizic în mediul virtual. Imersiunea propune deplasarea și exploatarea universului virtual, ceea ce este posibil prin suprimarea contactului cu lumea reală, utilizând dispozitive speciale care împiedică acțiunea stimulilor din lumea reală și care astfel fac să dispară orice punct de reper din sistemul de referință al lumii reale [6].

Conceptul de imersiune propune o altă viziune a lumii, prin izolarea totală a subiectului de lumea exterioară. Aceasta se realizează în primul rând, prin evitarea oricăror interferențe cu realul.

Ființa umană percepe realitatea prin intermediul celor cinci simțuri care, după Morton Heilig, influențează atenția în următoarele procente [8]:

- văzul 70%
- auzul 20%
- mirosul 5%
- tactilul 4%
- gustul 1%

Simțurile care captează atenția în proporția cea mai mare sunt văzul și auzul. În momentul de față în domeniul audio s-au realizat și funcționează sisteme de audiție 3D care satisfac cerințele celor mai pretențioase aplicații de realitate virtuală. Domeniul vizualului, care captează peste 70% din stimulii reali, a putut fi dezvoltat prin progresul graficii de sinteză, calculul numeric computerizat permițând producția imaginilor tridimensionale, determinarea instantanee a poziției ochiului și unghiului de vizionare etc.

1.3.2. Interacțiunea

Interacțiunea oferă subiectului puteri asupra lumii virtuale, îi permite să se miște după cum dorește, să sesizeze obiectele și să comunice acestora comenzi sau să converseze cu ființele de sinteză pe care le întâlnește [6]. Aceste particularități disting **RV** de teatru, de cinema sau de televiziune, unde spectatorul nu poate interveni asupra derulării acțiunii.

Fără interacțiune, subiectul nu este decât un spectator pasiv al unui univers asupra căruia nu poate interveni. Interacțiunea îi permite să se deplaseze liber și să primească în retur stimuli vizuali (după mișcarea privirii), auditivi sau senzoriali (șoc, elasticitatea unui obiect, greutate sau rezistență la apăsare). Interacțiunea se obține printr-un schimb bidirecțional de date între operator și mediul virtual. Ea implică însă din partea sistemului de realitate virtuală, timpi de răspuns foarte scurți.

1.3.3. Imaginația

Imaginația lasă utilizatorului concepția liberă de a defini legile care regizează universul virtual. Se pot modela lumi și obiecte strict conforme cu realitatea (simulare) sau care eludează toate sau o parte din legile fizice (aplicații ludice) [6].

1.4. Cubul AIP (autonomie, interacțiune, prezență)

David Zeltzer, cercetător la Computer Graphics and Animation Group, un grup de lucru în cadrul Massachusetts Institute of Technology (MIT), [9] situează **RV** în interiorul unui cub, în care fiecare axă, gradată de la 0 la 1, măsoară: autonomia, interacțiunea, prezența.

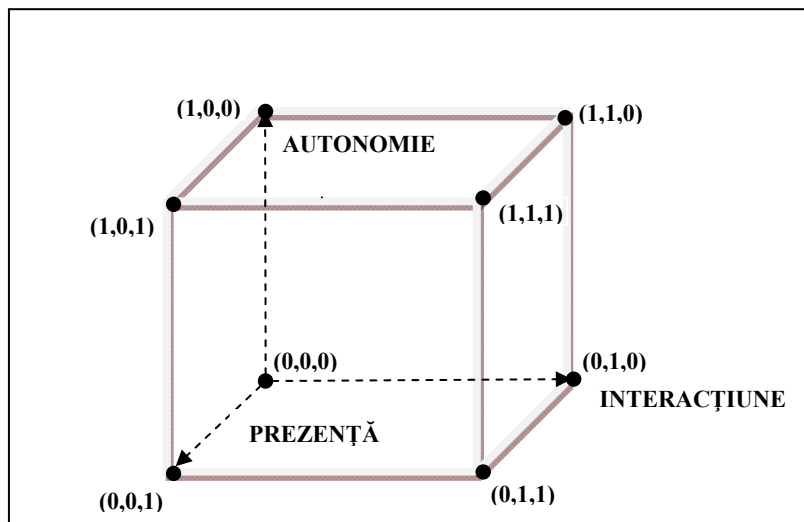


Figura 1.3. Cubul AIP (după documentația MIT)

Vârfurile acestui cub semnifică:

- (0,0,0) → sistem pasiv, inert (*Punctul ALFA*);
- (0,0,1) → cinema dinamic;
- (0,1,1) → mediu virtual;
- (0,1,0) → aplicație interactivă;
- (1,0,1) → cinema în relief;
- (1,0,0) → joc video;
- (1,1,0) → simulare grafică;
- (1,1,1) → realitate virtuală (*Punctul OMEGA*).

Nivelul de realitate virtuală cel mai elevat, considerat *Punctul OMEGA* tehnologic, unde virtualul și realul sunt dificil de separat, corespunde triadei (1,1,1).

1.4.1. Autonomia

Autonomia cuantifică capacitatea unui model informatic de a reacționa la un eveniment sau stimul. La nivelul "0", modelul este pasiv; se consideră satisfăcătoare afișarea unui text sau a unei imagini fixe. La nivelul "1", procedurile specifice permit să se reacționeze la variații aproape imperceptibile ale stimulilor. Un obiect virtual atins de o mână virtuală se poate pune în mișcare sau își poate modifica proprietățile (culoare, transparență etc.) [9].

1.4.2. Interacțiunea

Interacțiunea definește accesul la parametrii informatici, la posibilitatea de a-i modifica și de a obține un răspuns imediat. La nivelul "0", sistemul informatic tratează informațiile fără a admite intervenția operatorului, după care acestuia i se furnizează rezultatul final. La nivelul "1", operatorul acționează asupra parametrilor în timp real, prin intermediul unei interfețe (mouse spațial, manetă, tastatură, joystick, mănuși de date etc.) și obține un răspuns imediat (schimbarea punctului din care privește, acționarea unui buton virtual etc.) [9].

1.4.3. Prezența

Prezența cuantifică numărul și tipul de stimuli schimbați între operator și mediul virtual. În lumea reală, cele cinci simțuri primesc un flux continuu de stimuli vizuali, auditivi, tactili, olfactivi și gustativi și de asemenea, stimuli agresivi (efortul fizic, temperatura internă și externă a corpului etc.). În fiecare secundă, sute de mii de informații captate de terminațiile nervoase, sunt transmise creierului. Sistemele de realitate virtuală sunt pentru moment, incapabile să gestioneze un volum de date atât de mare [9]. În plus, simțuri ca "gustul" și "mirosul" nu pot fi sugerate decât cu dificultăți foarte mari.

Warren Robinett, cercetător la Universitatea Carolina de Nord (SUA) atribuie patru dimensiuni *gustului* și anume: acid, amar, sărat și dulce. Toată paleta gustativă ar trebui să poată fi reprodusă cu ajutorul acestor patru senzații, similar culorilor primare care prin sinteză aditivă sau extractivă, produc orice nuanță. Un miros, după Kandel și Schwartz, ar avea șapte dimensiuni, dar aceste teorii sunt controversate [9].

În modelul AIP, lipsește noțiunea de "imersiune", introdusă de Grigore Burdea, aceasta fiind înlocuită prin cea de "prezență". Sunt numeroase aplicațiile de realitate virtuală care nu apelează la imersiune, viziunea stereoscopică a unui ecran oferind facilități tehnologice suficiente pentru ca obiectivul final să fie atins.

Vârfurile (0,0,0) și (1,1,1) ale *cubului AIP* indică nivelul minim și respectiv, maxim de realitate virtuală, unde cel mai slab stimul face să reacționeze sistemul cu un realism absolut.

Realizările care se apropie cel mai mult de punctul de perfecțiune absolută sunt simulatoarele de zbor "full-flight", ele reproducând, cu un grad de realism foarte ridicat, toate fazele zborului (rulajul, decolarea, zborul, aterizarea etc.). Dotate cu sisteme de producție grafică de sinteză pentru un câmp vizual extins, acestea sunt instalate pe un platou mobil acționat astfel încât mișcarea cabinei să redea senzațiile de accelerare / decelerare, precum și cele de altitudine și turbulențe.

Se pune problema locului pe care îl ocupă într-o societate profund transformată de conceptele realității virtuale, un creator de lumi sintetice. Acesta ocupă un loc modest în societate deși, după Abraham Moles, profesor de psihologie socială la Universitatea din Strassbourg, are țeluri nobile în măsura în care *"vrea să construiască, dincolo de simulacrele și fantomele realului, imagini virtuale ale lucrurilor care nu există sau care ar putea să existe. Mai mult, vrea să gestioneze realitatea fizică în numele propriei sale reprezentări"* [11], [14].

1.5. Medii virtuale

Generarea imaginilor de sinteză este o succesiune de două acțiuni: crearea scenei ca parte a mediului virtual și reprezentarea prin afișare cât mai realistă a scenei create. Pentru activitățile de generare a scenelor, este esențial studiul trasării și modelării primitivelor (curbe, suprafețe, volume), precum și al asamblării primitivelor pentru obținerea obiectelor complexe și apoi, al scenelor.

Reprezentarea exactă a unui obiect complex este foarte dificilă. Se impune utilizarea unor simplificări, a unor aproximări mai mult sau mai puțin exacte cu ajutorul curbelor și suprafețelor, ca primitive matematice. Acestea pot fi stocate în memoria calculatorului de o manieră eficientă și, de asemenea, manipularea lor este facilă [20].

În această lucrare se referă trei tipuri de definiții ale primitivelor geometrice:

- parametrice (ansamblul punctelor (x, y) pentru care $x = f(t)$; $y = g(t)$, unde t este un parametru variabil);
- implicite (ansamblul de puncte (x, y) pentru care $f(x, y) = 0$);
- explicite (ansamblul de puncte (x, y) pentru care $y = f(x)$; aceasta este o formă mai rar utilizată).

Definirea matematică a suprafețelor nu este suficientă pentru a reprezenta un obiect de o manieră completă și pentru sinteza de imagine. Cea mai mare parte a algoritmilor pentru redarea obiectelor complexe au nevoie de informații topologice (puncte aflate în interiorul conturului, puncte aflate în exterior sau puncte de frontieră) sau de vecinătate (obiecte vecine).

Elaborarea imaginii unui obiect folosind grafica de sinteză pe calculator, constă în asamblarea mai multor primitive (volume și suprafețe simple). Modelarea se definește în acest context, ca fiind reprezentarea în memorie a acelui obiect. De exemplu, un cub poate fi reprezentat prin juxtapunerea a șase careuri în spațiu, sau prin intersecția a șase semi-suprafețe sau prin deplasarea unui pătrat într-o direcție ortogonală. Alegerea reprezentării ține cont de scopul modelării: afișarea obiectului, calculul masei sau volumului său etc.

Alegerea tipului de model și deci a algoritmului de reprezentare trebuie să țină cont de următoarele premise [47], [48]:

- domeniul de modelare trebuie să fie suficient de larg pentru a putea reprezenta toate obiectele care se presupune că va fi necesar să fie modelate;
- un obiect trebuie să corespundă unei reprezentări unice și reciproc (non-ambiguitate / unicitate);
- reprezentarea obținută trebuie să descrie obiectul modelat cu suficientă precizie;
- evitarea obținerii unei reprezentări invalide;
- reprezentările obținute trebuie să fie arhivate în memoria calculatorului în formă comprimată (arhivare / compresie).

Dispozitivele de afișare (ecranul monitorului, imprimanta etc.) lucrează, în general, pe o suprafață bidimensională. Vizualizarea obiectelor **3D** trebuie să parcurgă o etapă de proiecție într-un spațiu tridimensional.

Proiecțiile sunt definite ca transformări particulare ale unui punct din spațiul tridimensional, într-un punct în planul bidimensional. Acestea sunt bine reprezentate de matricea de transformare **3D** (pentru coordonate omogene), dar care sunt ireversibile (se "pierde" o dimensiune). Proiecția este definită printr-o suprafață de proiecție (în general, plană) și un centru de proiecție. Fiecare punct al unui obiect de reprezentat este proiectat pe un plan. În cartografie se utilizează frecvent suprafețe de proiecție non-planare și proiectoare care nu sunt rectilinii. Proiecțiile rectilinii plane se clasifică în două categorii: proiecții paralele și proiecții perspectivă, după cum centrul de proiecție este situat sau nu la infinit.

Proiecțiile perspectivă sunt similare celor utilizate de aparatele foto sau de către ochiul uman, ele dând o bună sugestie de relief, datorită faptului că un obiect pare cu atât mai mic, cu cât este situat mai departe.

Proiecția paralelă este mai puțin realistă, deoarece nu are proprietatea de "îndepărtare", în schimb, aceasta permite măsurarea cotelor unei reprezentări și conservă paralelismul, motiv pentru care este utilizată în desenul tehnic ingineresc [3], [4], [28].

2. REPREZENTĂRI ALE CURBELOR, SUPRAFETELOR ȘI VOLUMELOR

2.1. Reprezentări ale primitivelor geometrice

Tehnicile de reprezentare a formelor tridimensionale în spații bidimensionale cu ajutorul desenului ingineresc (desen tehnic) apelează la principiile de bază ale geometriei descriptive.

Proiecțiile paralele în mai multe vederi plane au fost utilizate în arhitectură, încă din evul mediu, dar tehnica rotațională (a desfășurării imaginii) este mult mai recentă. Această tehnică a fost descrisă prima dată în manualul inginerului militar francez Gaspard Monge (1746 - 1818). Utilizând această metodă de reprezentare a formelor, se prezintă vederile obiectului ce trebuie desenat în plane perpendiculare. Vederile sunt interconectate. Principiul proiecțiilor Monge este utilizat actual, în desenul ingineresc tradițional [10].

În proiectarea asistată de calculator, formele tridimensionale sunt reprezentate bidimensional prin hărți de puncte ale obiectului tridimensional în plane perpendiculare, utilizând proiecții paralele, care sunt normale la planurile de proiecție. Din aceste reprezentări rezultă proiecții de muchii și suprafețe care sunt mărginite de muchii. Proiecția în spațiul bidimensional se obține desfășurând planele perpendiculare multiple într-un singur plan. Prin această operație se evidențiază corelarea proiecției planelor, muchiilor sau punctelor în fiecare din reprezentările plane.

În reprezentarea formelor geometrice prin sinteză grafică pe calculator, se respectă convențiile utilizate în desenul ingineresc (reguli de reprezentare a liniilor, fețelor etc.). Dintre cele descrise în detaliu în standardele internaționale, se pot enumera următoarele [27], [32]:

- fiecare tip de linie are o anumită semnificație (de exemplu, muchiile care sunt considerate ascunse pentru o anumită vedere și nu se văd în reprezentarea respectivă, sunt prezentate cu linie întreruptă);
- pentru a putea observa formele interne ale unui obiect (care nu se observă în nici una din vederi, reprezentată cel mult cu linie întreruptă) se face apel la plane de secțiune;
- există două convenții referitoare la modul de reprezentare a vederilor plane ale unui obiect tridimensional: una cunoscută ca proiecția unghiului al treilea (utilizată în America de Nord și în Marea Britanie): alternativa acesteia, denumită proiecția primului unghi este utilizată în Europa [32];
- proiecția într-un singur plan și care nu este aliniată la una din vederile principale este cunoscută sub numele de *proiecție perspectivă*; în cazul folosirii proiecțiilor paralele, scara desenului este respectată, ceea ce nu se întâmplă în cazul proiecției perspective; reprezentările de clădiri sau diferite alte obiecte, în sensul creerii unei impresii vizuale realiste, acestea folosesc proiecția de tip perspectivă, utilizată pentru a oferi o vedere de ansamblu;
- dimensiunile nu pot fi măsurate direct de pe desen, dar în schimb pot fi utilizate: reprezentări simbolice, cote, toleranțe, informații asupra suprafețelor (rugozitate, textură, calitate etc.);
- s-au introdus pe scară largă reprezentările simbolice care permit folosirea în mod repetat a mici desene sau imagini ale unor forme complexe într-o manieră sugestivă.

Primitivele de afișare se implementează la nivelul elementar, depinzând de dispozitivele de redare folosite și anume sub formă de segmente și trasoare

pe ecranele vectoriale sau sub formă de puncte pe ecranele matriciale și imprimante. Se impune rezolvarea problemelor care apar la trasarea curbelor care nu sunt nici orizontale, nici verticale. Efectul de "scară" la curbele diagonale trasate este supărător și se caută soluții pentru a fi suprimat sau redus la maximum.

2.2. Reprezentări ale structurilor și diagramelor

Sunt numeroase cazurile în care trebuie reprezentată structura unui sistem complex format din numeroase alte obiecte complexe. Se folosesc simboluri standardizate. Convențiile utilizate în reprezentările ingineresti sunt folosite și în viața cotidiană, unde se acceptă simboluri electrice, termice, chimice și alte simboluri generale tehnice [40], [30]. Anumite tipuri de simboluri și conectori sunt impuse de diferite etape ale procesului de proiectare (scheme și schematizări). Într-un proces rapid sau la începutul etapei de proiectare se folosesc scheme modulare. Se pot dezvolta ulterior detalii asupra blocurilor componente și conexiunilor.

Reprezentările de tip blocuri de diagrame sunt un instrument de proiectare recomandat datorită organizării bune și rapidității. Pornind de la un nivel superior (*top* - celula cea mai înaltă a unei scheme bloc) se poate ajunge până la cel mai mic detaliu al ultimei ramuri a schemei respective (*down*). Tehnica de reprezentare este cunoscută sub numele top-down) și este larg exploatată în sinteza grafică asistată de calculator.

Reprezentările convenționale sunt practic indispensabile proiectării. Orice produs, de la mașini de precizie la structuri mari (avioane, clădiri etc.) se poate reprezenta schematic convențional. Dacă s-ar folosi proiecții de tip Mongean ar trebui sute de mii de desene și alte documente anexe pentru a putea defini complexitatea unui avion. Pentru a evita acest dezavantaj, se recomandă reprezentări schematice, structurate pe blocuri și sub-blocuri, astfel încât orice persoană, chiar și neinformaticienii, să înțeleagă la fel o anumită reprezentare. Sunt necesare cunoștințe minime pentru interpretarea schemelor, dar este posibil să apară modele eronate (reprezentările obiectelor nu corespund sau schemele nu se potrivesc în sensul că nu corespund conexiunilor dintre blocuri).

Există situații în care complexitatea reprezentării devine foarte mare. Anumite geometrii ale obiectelor sunt greu de reprezentat (de exemplu, sunt intersecția dintre două suprafețe curbe sau racordurile dintre aceste suprafețe).

Proiectarea grafică pe calculator este un exemplu de complexitate rezolvată prin schematizare. Numărul total de elemente (care este foarte mare) precum și conexiunile acestora sunt greu de reprezentat manual sau prin tehnicile convenționale. O reprezentare a unui bloc poate genera prin schematizare reprezentări mai simple dar care nu conțin același volum de informații. Acesta este cel mai mare dezavantaj al metodei. De aici apare și necesitatea folosirii unor alte metode, în care utilizatorul să poată identifica vizual informația (se utilizează așa numitele "*shortcoming*").

Proiectarea asistată de calculator (**CAD** - *Computer Aided Design*) a contribuit la automatizarea și îmbunătățirea tehnicilor deja existente, tradiționale sau descoperirea de noi tehnici.

Odată cu introducerea desenării și schematizării pe calculator, s-a îmbunătățit modul de proiectare, care a evoluat odată cu progresul tehnologiilor informației, obținându-se reprezentări din ce în ce mai exacte, mai precise, mai bine procesate [42]. Facilități cum ar fi lucrul multitasking sau denumirea și

numerotarea automată a părților componente ale unei scheme se adaugă la avantajul esențial, care este folosirea repetitivă a aceluiași detaliu, în acest fel reducându-se erorile de transcriere la extragerea geometriei și analizarea formelor obiectelor.

În producția grafică asistată de calculator, o problemă dificil de rezolvat constă în realizarea reprezentării geometrice. Problemele de afișare, de manipulare, de adnotare, de cotare sau de transcriere a datelor sunt rezolvate automat. Reprezentarea în sine este identică cu cea utilizată în desenul tradițional. Aceleași standarde se folosesc atât în reprezentările convenționale, cât și în cele de desenare asistată de calculator. În final, imaginea grafică este o sumă de puncte, linii și arce, secțiuni sau alte tipuri de elemente geometrice, aranjate într-un spațiu bidimensional (plan). Aceste entități sunt normal definite de un sistem, în termeni de valori numerice pentru coordonate de puncte sau alte date (arii, lungimi etc.). De exemplu, o linie poate fi definită de coordonatele x și y ale punctelor de început și de sfârșit. Un arc de cerc este reprezentat prin coordonatele punctelor de centru, ale razei de start și ale unghiului final. În manualul de desen tradițional reprezentarea acestor entități este constrânsă de mărimile fizice ale foilor de desen, în acest sens fiind impusă apelarea la o scară de desenare. Într-un sistem de proiectare asistată de calculator nu există asemenea restricții. Modelul este construit cu ajutorul unui sistem de proceduri care generează curbele bidimensionale x , y , sistemul de coordonate fiind limitat numai de ordinul de mărime al numărului care poate fi efectiv stocat și manipulat de calculator (cota este un număr). Ca o consecință, în sistemele de proiectare asistată de calculator, formele geometrice trebuie construite la mărimea maximă. Scara este importantă când se dorește vizualizarea, stocarea sau imprimarea imaginii realizate.

Modele ale unor entități geometrice sunt dezvoltate cu ajutorul unor rețele de puncte. Aceste puncte pot fi entități ele însele, pot fi puncte de legătură cu alte entități sau pot rezulta în urma unor intersecții între entități. Acestea pot fi definite prin valori de tip coordonate, punctând o anumită poziție pe ecran sau utilizând o rețea-ghid care identifică coordonatele pe ecran. Alte facilități sunt acelea care permit configurarea unor noi entități geometrice în scopul folosirii ulterioare a acestora (cum ar fi racordări, teșiri etc.) [50].

Pentru că geometria fiecărei componente trebuie definită precis și construită la dimensiunea maximă, riscul de a se produce erori este mult mai mic decât într-un sistem tradițional.

Acest avantaj este evident când se folosesc adnotări sau funcții anterior create sau facilitățile de stocare pentru modele și în plus, de manipulare a unor baze mari de date. Toate acestea recomandă proiectarea asistată de calculator drept un instrument puternic pentru elaborarea de imagini grafice prin sinteză pe calculator.

Schematizarea cu ajutorul calculatorului implică utilizarea asistenței computerizate în producția de diagrame schematice. Generarea diagramelor este similară cu a consulta un manual de diagrame. Liniile și arcele sunt asimilate cu simboluri și conexiuni, iar pentru construirea diagramelor se plasează simboluri în anumite poziții, iar apoi se conectează aceste simboluri între ele cu ajutorul unor tipuri de linii standardizate.

Multe sisteme de proiectare asistată de calculator oferă facilitatea de a grupa o colecție de entități într-o superentitate (*pattern*, *template*). Este posibilă desenarea unor serii de linii de conexiune (polilinii) constrânse a fi executate paralel cu una din axele x sau y (coordonatele sistemului). O diagramă sau schemă poate fi construită folosind conectori realizați din polilinii

de tip *patterns*. Asemenea sisteme sunt folosite pentru trasarea diagramelor, dar nu conțin nici o informație explicită asupra simbolurilor conectate de polilinii sau a sensului conexiunilor (pentru asemenea facilități, se apelează sisteme dedicate) [19]. Modulele sau blocurile care compun sistemul sunt explicitate altundeva decât în mediul de lucru. Se prezintă puncte de conexiune, iar conectorii care trebuiesc construiți, desenați și proiectați între aceste puncte de conexiune, pot fi reprezentați ei înșiși ca unul sau mai multe simboluri. Astfel, este posibil ca dintr-o asemenea schemă să se poată extrage blocurile constructive (ca o listă de simboluri) și modurile în care ele sunt conectate între ele (*metoda netlist*). O asemenea reprezentare poate fi folosită pentru identificarea punctelor de conexiune și pentru a afla conectorii nefolosiți complet. Intrările și ieșirile unei diagrame reprezentate schematic pot fi modelate. Un asemenea mod schematic de modelare poate fi utilizat pentru orice structură, reprezentându-se printr-un simbol specific conexiunile de intrare-ieșire la un nivel mai înalt al schemei.

2.3. Modelare bidimensională și tridimensională

Există câteva limitări ale proiecției ortogonale în înțelesul reprezentării geometriei tradiționale. Ca o consecință a acestor limitări, s-au dezvoltat o serie de metode de reprezentare geometrică utilizând construcția unei singure reprezentări a unei componente geometrice din spațiul tridimensional. Utilizând o singură reprezentare, posibilitatea de a introduce erori este mult redusă. O reprezentare simplă constituie sursă pentru informații și analize ale elaborării finale a imaginii grafice. Modelarea tridimensională implică reprezentarea geometrică ca o colecție de linii, puncte și curbe sau ca o colecție de linii, puncte și suprafețe ale solidului din spațiu. Modelele tridimensionale sunt construite într-un sistem 3D. Acesta are în mod normal un sistem fix sau sistem de bază și un sistem de coordonate global (**GCS** - global coordinate system). În plus, se mai definește și un sistem mobil (**WCS** - work coordinate system) utilizat în construcția solidelor. Pentru definirea unui arc sau a unei curbe date de o secțiune conică se recomandă să se utilizeze un sistem de coordonate al cărui plan x, y este paralel cu planul curbei.

O entitate **3D** are la bază o primitivă și fiecare modificare de dimensiune și orientare a primitivei obține o entitate geometrică **3D** diferită. De exemplu, o primitivă poate fi un arc de cerc, iar dimensiunile de generat pot fi raza, unghiul de început și de sfârșit și orientarea spațială a axei sau chiar a entității respective.

Cele mai simple schițe tridimensionale sunt compuse din linii drepte (*wire-frame*), în acest caz geometria fiind definită ca o serie de linii și curbe reprezentând muchii ale unei secțiuni într-un obiect. Reprezentarea de tip "*wire-frame*" (fire drepte) este o tehnică tridimensională. Entitățile utilizate sunt cele elementare. Pentru puncte și linii este suficientă adăugarea unei coordonate sau valori de tip z . Pentru arcuri sau alte curbe planare în care curbura sunt greu de definit, reprezentarea de tip "*wire-frame*" constituie modul de lucru cel mai des folosit.

Totodată aceasta impune și creșterea capacităților de stocare ale sistemului de calcul. Definirea unei entități planare implică automat și definirea sistemului de coordonate [29].

Tehnica de construcție care utilizează geometria "*wire-frame*" este similară cu cea pentru desenare manuală, cu anumite excepții. Una dintre acestea a fost deja menționată la utilizarea sistemului de coordonate mobil

WCS. Este necesară definirea numărului de căi prin care poate fi descris **WCS** pornind de la un punct sau de la un sistem de coordonate deja existent. Tehnicile oferite de reprezentările "*wire-frame*", asociate cu noțiunea **WCS** se bazează pe conceptele de *plan de lucru* și *adâncime de lucru*. Adesea entitățile planare (cercurile sau secțiunile conice) sunt construite în planul de lucru, care este un plan paralel cu planul x, y al sistemului **WCS** și *axa z* este valoric egală cu adâncimea de lucru. Planul de lucru este, de asemenea, utilizat pentru proiecția de intersecții sau de puncte din alte planuri; este adesea folosit la intersecțiile aparente ale părților, mai ales pe *axa z*, chiar dacă aceste entități practic nu se intersectează în spațiu. În asemenea cazuri, intersecțiile de lucru sunt proiectate în planul de lucru. O schiță de tipul "*wire-frame*" formată din linii drepte (rețele) este recomandată în anumite aplicații care implică vizualizări de mișcări ale unor forme simple, dar totodată prezintă și dezavantaje referitoare la:

- ambiguitatea reprezentării și posibilele apariții de obiecte nonsens la prima vedere;
- deficiențele de reprezentare reală: modelele complexe sunt dificil de interpretat și nu permit vederi automate ale liniilor ascunse;
- forma muchiilor (cazul cilindrilor care nu pot fi normal generați);
- abilitatea limitată de a calcula proprietățile mecanice sau intersecțiile geometrice;
- geometria "*wire-frame*" limitează analiza asupra procesului de elaborare.

Două clase de forme pentru care o reprezentare de tip "*wire-frame*" este simplu de utilizat sunt suprafețele definite de proiecția unui profil planar de-a lungul unei curbe sau drepte sau în jurul unei axe. Asemenea forme nu sunt bidimensionale dar nici nu necesită scheme tridimensionale complexe pentru reprezentarea lor. Ca o consecință a reprezentărilor intermediare, acestea sunt denumite 2,5 D și pot fi considerate ca o ramură a schematizării de tip "*wire-frame*".

Multe din ambiguitățile modelelor de tip "*wire-frame*" sunt rezolvate utilizând reprezentarea pur tridimensională, *surface modeling*. După cum arată și numele, această schematizare implică reprezentarea modelelor specificând unele sau toate suprafețele componente. Reprezentarea generală implică lucrul cu o serie de entități geometrice în care fiecare suprafață geometrică formează o singură entitate. Acestea sunt cel mai adesea construite din muchii și curbe (rezultate și de pe alte suprafețe) sau reprezentate prin tehnica "*wire-frame*" [27].

Majoritatea tipurilor de suprafețe elementare sunt suprafețe plane care pot fi definite între două linii paralele drepte, prin trei puncte sau cu ajutorul unei linii și a unui punct. Câteva modele utilizate în sistemele grafice asistate de calculator sunt:

- *Cilindrul tabulat* - definit ca proiecția unei curbe generatoare de suprafață de-a lungul unei linii sau a unui vector;
- *Suprafața desfășurată* - construită ca interpolări liniare între două curbe care sunt considerate ca muchii (marginii);
- *Suprafața de revoluție* - generată prin rotirea unei generatoare (care este o curbă) în jurul unei linii centrale (vector); acest model este folosit în particular pentru a reprezenta suprafața pentru strunjire;
- *Suprafața refulată* - presupune extinderea suprafeței de revoluție, unde curba a fost deformată;

- *Suprafața de tip rețea sau sculptată* - aceasta este cel mai general tip de suprafață și este definit cu ajutorul unor formațiuni de curbe generatoare, generând modelul "dublă intersecție" și creând un anumit tip de rețea;
- *Suprafața de racordare* - care este analogă cu acele de racordare care generează două suprafețe printr-o zonă netedă de tranziție (altfel decât muchiile); aceste suprafețe de racordare pot să aibă raza constantă sau ușor schimbătoare (variabilă).

În fiecare din aceste cazuri, suprafețele sunt văzute ca intersecții de curbe și suprafețe. Aceasta este numai o pretenție de afișare a imaginii pe ecran, în realitate suprafețele sunt continue. Fiecare punct al suprafeței este definit de o relație matematică bine definită.

O reprezentare realistă a suprafețelor este realizată cu ajutorul unor suprafețe denumite sugestiv "*petice*". Se folosesc trei metode pentru a defini obiectele multisuprafață utilizând schițe de tip "*wire-frame*". Primele două metode lucrează în termeni de curbe transecționate de plane, nu necesar paralele între ele. Se aranjează automat transecțiunile respective pentru a obține o suprafață netedă. Se apelează la stabilirea unor șiruri de puncte în spațiu printre care sunt potrivite două seturi de curbe, obținându-se o rețea curbilinie. Punctele originale sunt generate de intersecții de curbe. "*Peticele*" de suprafață rămân fixe în rețeaua respectivă. O a treia aproximare este de fapt o extensie a primelor două moduri de lucru și permite și forme neregulate de rețea conținând "*petice*" de tip tridimensional.

În realitate, la generarea imaginilor prin grafică de sinteză se întâlnesc suprafețe extrem de complexe. Chiar și pentru forme simple, cum ar fi suprafețele mărginite de muchii ascuțite sau intersecții de tip cilindru, suprafețele nu sunt ușor de modelat. Produsele software pentru sinteză grafică pe calculator nu au performanțe foarte bune la modelarea suprafețelor de forme oarecare, dar mai recent, datorită facilităților de discretizare sau/și extindere a suprafețelor la curbe sau suprafețe mărginite, se pot înlătura "găurile" din suprafețele reprezentate prin sinteză grafică pe calculator. Se consideră în mod simplificat reprezentările geometrice ale obiectelor drept o sumă de modele parțiale, ca proiecții bidimensionale ale muchiilor și formelor sau reprezentări tridimensionale de muchii și suprafețe.

În fiecare caz, forma solidului provine prin reuniunea sau prin interferența unor modele. Din punct de vedere imagistic aceste reprezentări sunt în cele mai multe cazuri satisfăcătoare, dar în cazul unor imagini mai complicate, reprezentarea realistă necesită completări. Reprezentarea obiectelor solide tridimensionale s-a aflat în interesul multor cercetări în ultimii ani și continuă să fie o temă majoră de studiu. Se constată că aceasta este o extensie naturală a reprezentării entităților de bază, plecând de la entitățile unidimensionale (dreapta, punctul) și bidimensionale (suprafața). În încercarea de a modela formele solide tridimensionale complexe am propus o schemă de lucru care constă în:

- aproximare prin obiecte elementare;
- completare și dezambiguizare;
- realizare practică utilizând combinații ale unor probleme deja rezolvate.

Modelele suprafețelor nu conțin nici o informație despre conexiunile dintre suprafețe și nici despre părți ale obiectelor din interiorul unui solid. Dacă este adăugată o informație asupra modului de conectare dintre suprafețe și în plus, partea solidului cu fața respectivă este identificată, atunci s-a definit muchia care formează elementul limită al reprezentării respective.

Aplicațiile pentru medii virtuale merg mai departe și încorporează și metodele de verificare a consistenței și tipologiei modelului. Aceasta, deoarece modelarea prin analogii geometrice este prea simplistă. Imaginile obținute prin astfel de simplificări extreme suferă de o lipsă de realism care le face inacceptabile de către utilizatorul unui astfel de sistem. Pentru a fi credibilă, o imagine trebuie să fie cât mai realistă.

2.4. Reprezentări ale curbelor

În proiectarea aplicațiilor care impun sinteză de medii virtuale apare necesitatea construirii unor curbe cunoscute prin formele lor și nu prin ecuații (curbe de formă liberă). În acest caz, forma unei curbe se poate reprezenta utilizând un set de puncte. În general, formele libere sunt modelate analitic prin curbe și suprafețe de interpolare și aproximare. Există mai multe tipuri de curbe de formă liberă, unele specificate în mod suficient numai prin puncte, altele implicând și restricții geometrice suplimentare (vectorii tangenți în puncte date).

Se folosesc două categorii de metode de modelare geometrică a curbelor de formă liberă [51]:

- metode bazate pe interpolare liniară: curba modelată trece prin toate punctele date, reprezentarea ei fiind cu atât mai exactă, cu cât numărul punctelor este mai mare;
- metode bazate pe "netezirea" poligonului format de punctele date: curba "de aproximare" nu trece prin toate punctele care au rolul de a caracteriza forma și poziția curbei; punctele prin care trece curba de aproximare se numesc "de control" sau "caracteristice" ale curbei.

Posibilitatea utilizării acestor alternative ale reprezentării formelor geometrice în locul celei clasice, rezultă din analiza expresiilor:

$$(2.1.) \quad y = mx + n; \quad (\text{ecuația explicită sau redusă a dreptei})$$

$$(2.2.) \quad ax + by + c = 0; \quad (\text{ecuația implicită sau generală a dreptei})$$

$$(2.3.) \quad \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad (\text{ecuația dreptei ca determinant})$$

$$(2.4.) \quad x \cdot \cos(\alpha) + y \cdot \sin(\alpha) - p = 0; \quad (\text{ecuația normală a dreptei})$$

Aceste forme de reprezentare nu sunt potrivite pentru proiectarea asistată de calculator din mai multe motive. În primul rând, deoarece expresia explicită a dreptei paralele la axa Oy are panta m , infinită. Liniile aproape verticale au pantă uriașă, care se reprezintă prin numere reale foarte mari.

Forma implicită de reprezentare concordă pentru curbe de orice pantă, dar are limitări în comparație cu formele explicite, în cazul în care [42]:

- reprezintă o geometrie infinită;
- curbele sunt de multe ori definite prin mai multe valori; de exemplu, pentru un x dat, se observă că y ia mai multe valori; ideal ar fi ca un punct unic de pe o curbă să fie definit de o singură valoare a variabilei ce definește curba;

- formele modelate astfel sunt independente de orice sistem de coordonate; ele sunt determinate prin relația dintre punctele date și nu prin relația dintre aceste puncte și un anumit sistem de coordonate;

- curbele de formă liberă sunt adesea neplanare și nu pot fi reprezentate prin ecuații parametrice;

- în proiectarea imaginilor prin sinteză pe calculator este necesar să se determine o secvență ordonată de puncte pentru o entitate geometrică; ecuațiile implicite nu oferă o procedură naturală pentru determinarea punctelor pe o curbă (incrementarea lui x cu intervale egale dă o secvență de puncte distanțate inegal pe o curbă).

Pentru generarea mediilor virtuale folosind sinteza grafică asistată de calculator, este necesară proiectarea și implementarea unor curbe având, în marea majoritate a cazurilor, formă liberă. Aceasta complică abordarea aplicațiilor practice. Se apelează la o serie de simplificări bazate pe artificii ale modelării geometriilor complexe sau pe descompuneri ale formelor complexe în entități elementare, ușor de abordat din punct de vedere al instrumentelor matematice de modelare.

Este recomandată implementarea unor curbe care să permită modelarea formelor simple care iau naștere prin interpolarea unei serii de puncte. Soluția recomandată este aceea de a descrie entitățile geometrice utilizând forme parametrice și de a interpola structurile complexe folosind entități compozite formate dintr-un număr de segmente.

Literatura de specialitate recomandă folosirea reprezentărilor parametrice în modelarea formelor geometrice în vederea sintezei grafice pe calculator a unui ansamblu, reprezentând mediul virtual [42].

Studiul curbelor de formă liberă, ca primitive geometrice de bază în grafica de sinteză, se bazează pe proprietățile deosebite ale acestor primitive și anume:

- capacitatea de a reprezenta obiecte complexe;
- controlabilitatea formei lor (și a modificării formei);
- continuitatea (este un concept important în sinteza grafică pe calculator, în care corpurile complexe se reprezintă ca ansambluri de fragmente cu forme simple; este foarte important controlul continuității racordurilor fragmentelor componente);

- facilitatea de a putea fi memorate și de conversie între diferite formate;

- facilitatea de a fi afișate (primitivele oferă metode simple și rapide de trasare sau afișare);

- primitivele se pretează cel mai bine la aplicarea algoritmilor de "randare" (texturare, calculul normalei, luminozitate etc.).

Se pot elabora relații și expresii coerente pentru coordonatele x , y și z ale fiecărui punct de pe o curbă, o suprafață sau un solid. Modelarea prin ecuații parametrice permite tratarea uniformă a curbelor plane și a celor spațiale, modelul unei curbe tridimensionale obținându-se din cel al unei curbe bidimensionale prin adăugarea ecuației care dă componenta z a punctelor de pe curbă.

Ecuațiile parametrice folosesc un singur parametru, u , o curbă plană fiind descrisă prin două funcții $F_x(u)$ și $F_y(u)$ care definesc evoluția celor două proiecții x și y , în funcție de parametrul u [42].

Un segment de curbă parametrică, în spațiul tridimensional este definit prin sistemul de ecuații $F_x(u)$, $F_y(u)$, $F_x(v)$, $F_v(v)$. Pentru o suprafață curbă se folosesc doi parametri u și v , iar pentru volume se folosesc parametrii u , v și w .

Forma parametrică a entităților geometrice implică descrierea entităților printr-un set de funcții referitoare la variabilele poziționale dependente de una sau mai multe variabile auxiliare sau parametri. Fie în spațiul tridimensional, curba din *Figura 2.1.*, [4], [2].

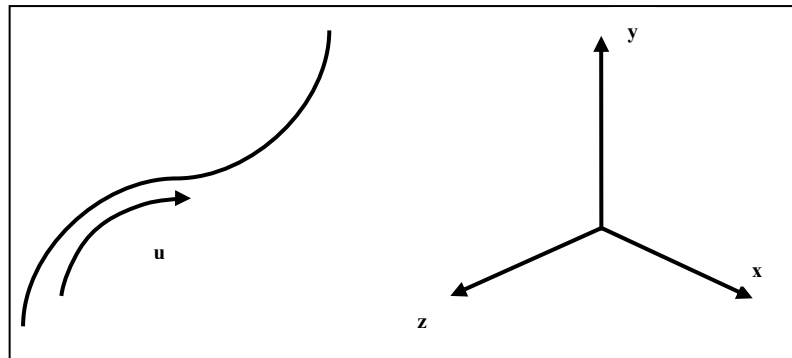


Figura 2.1. Curbă în spațiul tridimensional

Parametrul u este asociat curbei și valoarea sa crește după cum curba este traversată de la un capăt la altul. Poziția oricărui punct de pe curbă este dată de expresia vectorială:

$$(2.5) \quad p = p(u),$$

care este echivalent cu:

$$\begin{aligned} x &= x(u); \\ y &= y(u); \\ z &= z(u). \end{aligned}$$

Fiecare variabilă spațială x , y și z este o funcție de parametrul u . Generalizând, dacă:

$$p = (p_1, p_2, \dots, p_n);$$

este un vector de coordonate în spațiul n -dimensional, iar:

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_k) \quad \text{cu } k < n;$$

este un set ordonat de parametri, atunci o relație funcțională a curbei de formă liberă:

$$p = p(u);$$

definește o entitate geometrică k -dimensională în spațiul n -dimensional. Fiecare din cele n componente p_i ale lui p este o funcție de toți cei k parametri u_i din u . De exemplu, se consideră spațiul euclidian tridimensional pentru care $n = 3$. Pentru $k = 2$, se definește:

$$(2.6.) \quad u = (u, v);$$

unde:

$$\begin{aligned} x &= x(u, v); \\ y &= y(u, v); \end{aligned}$$

$$z = z(u, v),$$

definesc, în general, o suprafață curbă.

Analog, pentru:

$$k = 3 \text{ și } u = (u, v, w);$$

se definește un solid și pentru:

$$k = 1 \text{ deci: } u = (u);$$

se obține expresia (2.7) care definește o curbă în spațiul tridimensional. În fiecare caz, entitatea geometrică poate fi evaluată direct printr-un vector arbitrar de parametri u , fără nici o dificultate în rezolvarea ecuațiilor având forma implicită.

Un exemplu simplu al reprezentării parametrice, se consideră o linie de la punctul x_0, y_0, z_0 la punctul x_1, y_1, z_1 , care se poate scrie ca:

$$(2.7.) \quad x = x_0 + fu; \quad y = y_0 + gu; \quad z = z_0 + hu;$$

unde $[x_0, y_0 \text{ și } z_0]$ este punctul corespunzător valorii nule a parametrului u .

Există două convenții pentru variația parametrului de-a lungul liniei. Prima este aceea că parametrul variază între 0 și 1 de-a lungul segmentului. A doua convenție (forma normalizată) forțează ca u să corespundă distanței reale de-a lungul liniei, în care caz $[f, g, h]$ este un vector unitate în direcția liniei.

Un alt exemplu este prezentarea parametrică a unui arc în planul de coordonate x și y :

$$(2.8.) \quad x = x_c + r \cdot \cos\theta; \quad y = y_c + r \cdot \sin\theta; \quad z = 0;$$

(unde x_c și y_c sunt coordonatele centrului arcului).

O serie ordonată de puncte pe un arc trebuie să fie definită prin considerarea unor incrementări egale ale parametrului θ și mai mult, arcul trebuie să fie limitat foarte clar prin specificarea a două valori limită pentru θ .

Pentru trasarea curbelor de formă liberă se recomandă utilizarea următoarelor grupe de algoritmi:

- *algoritmi numerici*, care utilizează în mod direct ecuațiile și derivatele parțiale ale curbelor de trasat;
- *algoritmi incremental*, conform cărora curba este generată pas cu pas de la un punct inițial, la un punct final; mișcarea elementară care determină punctul următor se calculează pornind de la punctul curent.

2.4.1. Trasarea curbelor de formă liberă

Se presupune că afișarea se face pe monitoare matriciale pe care un punct afișat are coordonatele: x, y . Un segment de dreaptă este reprezentat fie prin cele două extremități (x_1, y_1) și (x_2, y_2) , fie prin poziția unei extremități (x, y) și poziția relativă a punctului de la cealaltă extremitate (Dx, Dy) .

Algoritmul incremental

Această metodă încearcă trasarea curbei punct cu punct, ținând cont de octantul căruia îi aparține. Pentru un segment aflat în primul octant:

$$(2.9.) \quad \begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + \Delta x; \\ y_{i+1} &= y_i + \Delta y; \end{aligned}$$

Se știe că:

$$(2.10.) \quad \begin{aligned} y_i &= m \cdot x_i + h; \\ y_{i+1} &= m \cdot x_{i+1} + h; \end{aligned}$$

$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{\Delta y}{\Delta x};$$

Considerând: $\Delta x = 1$, (când $\Delta y = m$), ecuația devine:

$$x_{i+1} = x_i + 1;$$

$$y_{i+1} = y_i + m;$$

Pentru a trasa întregul segment de curbă se pornește de la primul punct.

$$x_0 = x_1;$$

$$y_0 = y_1.$$

Punctele următoare se calculează pornind de la punctele precedente și incrementând abscisa x . Se adaugă m la ordonata y . Acest algoritm se generalizează la toate octantele, permutând x și y . Calculele făcute pentru situații reale conduc uneori la trunchierea valorilor obținute pentru afișare.

Algoritmul lui Bresenham

Acest algoritm este o versiune optimizată a celui precedent. Toate calculele se fac pentru partea întreagă. Se consideră un segment pornind din origine și situat în primul octant *Figura 2.2.* [29].

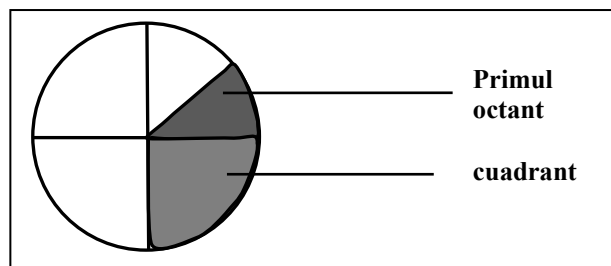


Figura 2.2. Convenții pentru reprezentarea curbelor

Găsirea celui de-al doilea punct depinde de panta dreptei. Va trebui calculată o eroare de aproximare:

$$(2.11.) \quad E_r = d_1 - d_2;$$

și va trebui să se sesizeze punctul pe dreaptă pentru care această eroare este negativă.

• **mișcarea axială:**

$$(2.12.) \quad y_{i+1} = y_1;$$

$$(2.13.) \quad E_r(x_{i+1}, y_{i+1}) = 2(\Delta y \cdot x_{i+1} - \Delta x \cdot y_1) + 2\Delta y - \Delta x;$$

$$(2.14.) \quad E_r(x_{i+1}, y_{i+1}) = E_r(x_i, y_1) + 2\Delta y;$$

• **mișcarea diagonală:**

$$(2.15.) \quad y_{i+1} = y_i + 1;$$

$$(2.16.) \quad E_r(x_{i+1}, y_{i+1}) = 2(\Delta y \cdot x_{i+1} - \Delta x \cdot y_{i+1}) + 2\Delta y - \Delta x;$$

$$(2.17.) \quad E_r(x_{i+1}, y_{i+1}) = E_r(x_i, y_i) + 2(\Delta y - \Delta x).$$

Eroarea curentă este calculată funcție de eroarea precedentă. Valoarea inițială este obținută pentru condiția:

$$\text{"panta} < \frac{1}{2}";$$

ceea ce înseamnă că:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} < \frac{1}{2};$$

ceea ce conduce la rezultatul:

$$(2.18.) \quad E_r(x_0, y_0) = 2\Delta y - \Delta x.$$

Algoritmul lui Michener pentru trasarea cercului

Acest algoritm permite trasarea incrementală a unui cerc, pornind de la punctele cele mai apropiate calculate ca valori întregi. Se consideră un arc de cerc situat în al doilea octant al unui cerc centrat în origine. Se caută punctele pentru care distanța la cerc este cea mai mică [42].

Punctul A:

$$x_{i+1} = x + 1 \quad \text{și} \quad y_{i+1} = y;$$

Înlocuind noile coordonate, se obține:

$$(2.19.) \quad E_{ri} = D(A) + D(B) = 2x^2 + 4x + 2y^2 - 2y + 3 - 2R^2;$$

$$(2.20.) \quad E_{ri+1} = E_i + 4x + 6.$$

Punctul B

Pentru:

$$x_{i+1} = x + 1 \text{ și } y_{i+1} = z - 1;$$

se obține:

$$(2.21.) \quad E_{ri+1} = E_{ri} + 4x - 4y + 10.$$

Valoarea inițială a lui E_{r0} este calculată pentru punctul $(0, R)$

2.4.2. Curbe parametrice polinomial cubice

În modelarea tridimensională este nevoie de reprezentări geometrice care să descrie curbele non-planare, dar care să evite dificultățile de calcul și erorile de traiectorii care pot apărea prin utilizarea unor curbe polinomiale de ordin înalt.

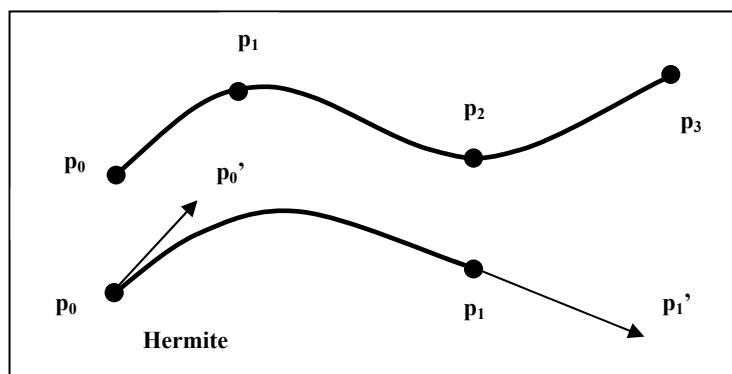


Figura 2.3. Curbe polinomiale

Aceste cerințe sunt satisfăcute de polinomul cubic (cel mai mic ordin polinomial care poate descrie o curbă non-planară) și care a devenit astfel, primitiva cea mai cunoscută a geometriei tridimensionale.

Cum două puncte pot fi unite de o dreaptă și trei puncte de un arc de cerc, patru puncte furnizează condițiile minime de trasare pentru un polinom cubic, după cum se prezintă în *Figura 2.3.* [42].

Desenarea unei curbe prin puncte este cunoscută drept *interpolarea Lagrange*. O curbă cubică este definită dacă trece prin două puncte și îndeplinește două condiții de pantă în acele puncte. Aceasta este cunoscută sub numele de *interpolare Hermite*.

Interpolările Hermite și Lagrange sunt descrise în continuare.

Se consideră un polinom cubic care interpolează puncte în spațiul tridimensional.

$$(2.22.) \quad \begin{aligned} x &= a_1 + b_1u + c_1u^2 + d_1u^3; \\ y &= a_2 + b_2u + c_2u^2 + d_2u^3; \\ z &= a_3 + b_3u + c_3u^2 + d_3u^3; \end{aligned}$$

Există 12 necunoscute și, folosind interpolarea Lagrange, se rezolvă aceste ecuații pentru 2 x 4 puncte, fiecare dintre ele furnizând trei condiții limită. Prin alegerea potrivită a valorilor astfel ca u să corespundă fiecărui punct

și prin înlocuirea valorilor pentru u , x , y , și z pentru acest punct, se pot determina necunoscutele.

Curba cubică poate fi la fel de bine trasată utilizând interpolarea Hermite, prin specificarea a două puncte și a doi vectori tangenți în aceste puncte. Curba cubică este definită de ecuațiile de mai sus, care pot fi exprimate și printr-un vector de forma:

$$(2.23.) \quad p = p(u) = k_0 + k_1u + k_2u^2 + k_3u^3;$$

sau:

$$(2.24.)$$

$$T(t) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & dt & 1 \end{vmatrix}$$

unde $k_0 \div k_3$ sunt vectori necunoscuți corespunzând lui $a_1 \div a_3$, $b_1 \div b_3$ etc. Panta curbei este dată de expresiile:

$$(2.25.) \quad x = \frac{dx(u)}{du}; \quad y = \frac{dy(u)}{du}; \quad z = \frac{dz(u)}{du};$$

Forma algebrică nu este suficient de intuitivă. Ea nu permite controlul formei curbei, condiție care este foarte importantă în sinteza grafică pe calculator. De aceea, în multe aplicații se folosește forma geometrică în care apar explicit condițiile impuse curbei. Astfel de condiții numite și condiții de frontieră pot fi: coordonatele punctelor extreme ale unui segment de curbă, tangentele în punctele extreme, curbura în punctele extreme și altele.

Există mai multe tipuri de curbe de interpolare/aproximare care se deosebesc prin condițiile geometrice care le determină și prin metoda matematică de calcul a punctelor pe aceste curbe.

Curbele Hermite au în plus față de curbele cubice Lagrange, următoarele proprietăți:

- *controlul intuitiv* (este suficientă deplasarea punctelor și tangențelor pentru a controla forma curbei de o manieră destul de intuitivă);
- *controlul continuității* la punctele extreme (pentru a fi îndeplinită condiția de coliniaritate este suficient ca tangentele în punctele extreme să fie coliniare și de lungime egală);
- *invarianta afină* (pentru a calcula imaginea curbei în rotație, translație sau altă transformare afină, este suficient să se recalculeze curba și nu să se transforme fiecare punct al curbei).

Curbele Bezier

Utilizarea punctelor și vectorilor tangenți pentru a furniza valorile de frontieră nu este atractivă pentru sinteza grafică, deoarece utilizatorul nu cunoaște pantele, atunci când sunt introduse ca valori numerice. În multe situații, este necesar să se poată controla panta unei curbe la fel de bine ca și punctele prin care trece. Dificultatea a fost rezolvată de Paul Bezier, unul dintre pionierii proiectării asistate de calculator. Bezier a folosit un poligon de control pentru curbe, în locul punctelor și vectorilor tangenți. Acest poligon este

aproximat de o curbă polinomială al cărei grad este cu o unitate mai mic decât numărul de vârfuri ale poligonului [10].

Bezier a pornit de la condiția ca un segment de curbă să fie determinat exclusiv de un set de puncte deci, orice punct de pe curbă să poată fi obținut prin evaluarea unui polinom de forma:

$$(2.26.) \quad p(u) = \sum_{i=0}^n p_i \cdot f_i(u), \text{ unde: } 0 \leq u \leq 1;$$

unde: p_i sunt punctele date, numite și vârfurile poligonului caracteristic al curbei sau punctele de control ale curbei (*Figura 2.4.*, [42]).

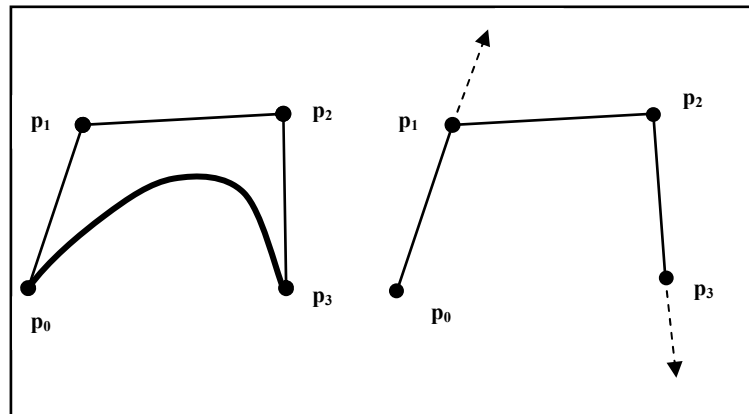


Figura 2.4. Curbe Bezier

Funcțiile $f_i(u)$ au fost alese pentru a îndeplini următoarele cerințe:

- curba să treacă prin primul și ultimul punct;
- vectorul tangent la primul punct să fie dat de $p_1 - p_0$, iar la ultimul punct de $p_n - p_{n-1}$;
- cerința a doua să fie îndeplinită și pentru derivatele de ordin superior, deci derivata de ordin 2 în p_0 să fie determinată de punctele p_0, p_1, p_2 , iar în punctul p_n de punctele p_{n-2}, p_{n-1}, p_n ;
- funcțiile $f_i(u)$ să fie simetrice în raport cu u și cu $(1 - u)$, adică secvența punctelor să poată fi inversată fără ca forma curbei să fie afectată.

Bezier a ales ca funcții de influență polinoamele Bernstein. Un segment de curbă Bezier este definit prin ecuația parametrică [10]:

$$(2.27) \quad p(u) = \sum_{i=0}^n p_i \cdot B_{i,n}(u), \text{ unde: } [0 \leq u \leq 1];$$

și unde:

$$(2.28.) \quad B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot u^i \cdot (1-u)^{n-i};$$

Referitor la *Figura 2.4.*, pentru polinomul cubic Bezier, se poate scrie:

$$(2.29.) \quad p_0 = 3(p_1 - p_0) \quad \text{și} \quad p_3 = 3(p_3 - p_2)$$

$$(2.30.) \quad p(u) = (1-u)^3 p_0 + 3u(1-u)^2 p_1 + 3u^2(1-u) p_2 + u^3 p_3;$$

care poate fi exprimat matricial:

(2.31.)

$$p = p(u) = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \text{ sau}$$

(2.32.) $p = U \cdot M \cdot P;$

Avantajele folosirii curbelor Bezier în proiectarea pe calculator a imaginilor de sinteză sunt:

- poligonul de control permite stabilirea formei inițiale a curbei și apoi modificarea curbei acționând asupra vârfurilor poligonului;
- curba își are extremitățile în primul și în ultimul vârf al poligonului de control;
- tangentele la punctele extreme sunt chiar primul și ultimul segment al poligonului de control;
- curba este cuprinsă în întregime în figura convexă determinată de vârfurile poligonului de control și în general, are forma poligonului;
- proiectantul nu trebuie să specifice tangente la curbă, ci numai puncte din plan sau din spațiu.

Dezavantajele rezultă din folosirea polinoamelor Bernstein ca funcții de influență:

- numărul de vârfuri ale poligonului de control determină gradul polinomului care definește curba; pentru n puncte de control, gradul polinomului este $(n-1)$;
- polinoamele Bernstein sunt diferite de zero pe întreg intervalul de definiție al curbei; fiecare punct de pe curbă depinde de toate punctele de control, de aceea deplasarea unui vârf influențează întreaga curbă.

Curbe Spline

Curbele Spline sunt curbe de interpolare.

Cuvântul *Spline* desemnează instrumentul folosit în desenul tehnic pentru trasarea curbelor netede. *Spline*-ul este fixat în punctele prin care trebuie să treacă curba cu ajutorul unor greutateți.

O curbă *Spline* poate fi trasată prin oricâte puncte de control. Forma curbei *Spline* între două puncte de control este descrisă matematic printr-un polinom de gradul 3. În general, o curbă *Spline* este descrisă printr-o funcție polinomială de grad k definită pe porțiuni, cu derivatele de ordin $k-1$ continue în punctele de joncțiune. Astfel, curba *Spline* cubică are continuitate de ordin 2 în punctele de joncțiune.

În descrierea curbelor *Spline* se folosesc polinoame de ordin mic pentru simplificarea calculului punctelor și evitarea instabilității numerice. Deoarece un polinom de grad mic nu poate interpola o curbă definită printr-un număr mare de puncte, curba *Spline* este descompusă în segmente adiacente descrise prin polinoamele de grad mic (2 sau 3). În practică se folosesc polinoame de grad 3,

acesta fiind gradul minim care permite descrierea de curbe cu puncte de inflexiune.

Avantajul acestei forme de reprezentare este acela al eliminării definirii pantelor și a punctelor intermediare. Un *dezavantaj* este acela că este posibilă numai o modificare globală a curbei rezultate; mutarea unui punct modifică în mod evident toată curba.

Unele sisteme de sinteză grafică pe calculator oferă o versiune modificată a formării curbelor *Spline* în care utilizatorul poate introduce opțional valorile pantei sau ale vectorului tangent în punctele intermediare, controlând astfel curbura locală a graficului. În aceste cazuri se pierde continuitatea celei de-a doua derivate în punctele intermediare.

Se consideră curbă *Spline* o curbă parametrică ce trece printr-o serie de n puncte. Fiecare porțiune este un segment cubic separat cu panta și curbura continue în punctele de curbură. Pentru n puncte există $n - 1$ porțiuni desemnând $4(n - 1)$ vectori tangenți.

Numărul de condiții impuse punctelor de frontieră este $2(n - 1)$, plus $(n - 2)$ condiții de pantă și $(n - 2)$ condiții de curbură. Astfel rămân două condiții obligatoriu de satisfăcut, îndeplinite mai ales prin solicitarea din partea utilizatorului de a introduce panta sau vectorul tangent în punctele de start și sfârșit. Vectorii tangenți ai segmentului se obțin prin rezolvarea simultană a ecuațiilor ce rezultă.

Pentru a construi o curbă *Spline* parametrică cu n puncte de control trebuie să se aleagă pentru acestea o secvență de valori parametrice de forma:

$$(2.33.) \quad (U_0, U_1, \dots, U_{n-1}), \quad \text{unde: } U_{j+1} > U_j;$$

Cea mai simplă alegere este un vector nodal în punctele în care valoarea parametrului pentru primul punct este 0 și este incrementat cu 1 pentru fiecare punct intermediar.

O parametrizare ideală ar fi să se folosească lungimea cumulată a curbei, dar aceasta nu se poate utiliza până când nu este definită curba, necesitând astfel o procedură iterativă. Un compromis des folosit este acela de a aduna lungimea corzii, unde:

$$(2.34.) \quad U_0 = 0 \quad \text{și:} \quad U_{i+1} = U_i + d_i + 1, \quad \text{unde: } i = 0, 1, 2, \dots, n-1;$$

unde i este distanța dintre p_{i-1} și p_i .

Curbe B-spline

Acestea sunt, ca și curbele Bezier, curbe de aproximare definite prin puncte de control, dar spre deosebire de curbele Bezier, ele sunt descrise prin funcții polinomiale definite pe porțiuni, ceea ce le conferă proprietatea de control local.

Segmentele de curbă *B-spline* sunt descrise prin polinoame de grad doi sau trei, gradul fiind independent de numărul punctelor de control.

Curbele *B-spline* sunt definite analitic prin ecuația vectorială:

$$(2.35.) \quad p(u) = \sum_{i=0}^n p_i \cdot N_{i,k}(u);$$

unde p_i sunt punctele de control, iar $N_{i,k}(u)$ sunt funcțiile de aproximare, numite *funcții B-spline*; k determină gradul polinomului de aproximare ($k - 1$) și ordinul de continuitate ($k - 2$) al curbei.

Funcțiile *B-spline* sunt definite recursiv astfel:

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & \text{pentru } t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{astfel:} \end{cases}$$

$$(2.36.) \quad N_{i,k}(u) = \frac{u - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} \cdot N_{i,k-1}(u) + \frac{t_{i+k+1} - u}{t_{i+k+1} - t_{i+1}} \cdot N_{i+1,k-1}(u);$$

Din această definiție rezultă că o funcție $N_{j,k}(u)$ este nenulă numai pentru k intervale consecutive.

Valorile t_i numite *valori nodale*, trebuie să formeze o secvență monoton crescătoare ($t_i \leq t_{i+1}$). Ele asociază variabila u punctelor de control P_i . Pot fi valori reale sau întregi. Dacă valorile nodale sunt egal distanțate, se spune că vectorul pe care-l formează este uniform, iar funcțiile *B-spline* astfel definite sunt *uniforme* [31].

Proprietăți ale curbelor B-spline

1. *Puncte de control multiple*: o curbă *B-spline* de grad m trece întotdeauna printr-un punct de control de multiplicitate m . Deci, se poate forța trecerea unei curbe *B-spline* printr-un punct de control, introducând punctul respectiv în vectorul punctelor de control din mai multe poziții succesive.

2. *Puncte de control coliniare*: dacă $m + 1$ puncte de control succesive sunt situate pe o dreaptă, atunci curba *B-spline* de grad m este situată parțial pe dreapta respectivă. Astfel, dacă punctele P_{i-1} , P_i , P_{i+1} sunt coliniare, segmentul p_i , de curbă *B-spline* de grad 2 se confundă parțial cu segmentul $P_{i-1} - P_i$.

3. *Curbe închise*: pentru a obține o curbă *B-spline* de grad m închisă, este suficient ca primele puncte de control să fie identice cu ultimele.

4. *Proprietatea de "închidere" convexă*: orice curbă *B-spline* este complet inclusă în poligonul convex format prin unirea punctelor de control.

5. *Invarianța afină*: pentru a transforma o curbă *B-spline* este suficient să se aplice transformarea afină punctelor de control și apoi să se regenereze curba. Această proprietate o au și curbele Bezier.

Proprietăți ale curbelor B-spline de gradul 2

Curbele *B-spline* de gradul 2 sunt adecvate reprezentării formelor de înaltă precizie deoarece au un aspect mult mai bine definit decât cubicele. Astfel, caracterele din *setul True Type* folosit în sistemul Windows sunt definite folosind curbe *B-spline* de grad 2. În afară de proprietățile generale enunțate mai sus, orice curbă *B-spline* de grad 2 are și următoarele caracteristici suplimentare [31]:

- trece prin punctul situat la mijlocul distanței dintre două puncte de control succesive;
- în acest punct, tangenta la curbă se confundă cu segmentul care unește cele două puncte de control;
- curba este situată în triunghiul definit de un punct de control P_i și mijloacele segmentelor $P_{i-1} - P_1$ și $P_i - P_{i+1}$. (*Figura 2.5*, [42]).

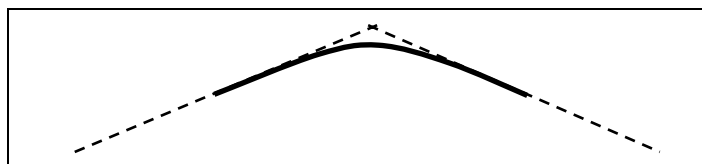


Figura 2.5. Curbă B-spline de gradul 2

2.5. Reprezentări ale suprafețelor

Una din cele mai importante probleme în realizarea pe calculator a imaginilor de sinteză este aceea a modelării suprafețelor.

Modelele trebuie să ofere flexibilitate în proiectare, să conducă la implementări simple ale calculelor proprietăților suprafețelor și, nu în ultimul rând, să permită descrierea unor forme oricât de variate. Dacă segmentul de curbă este blocul de construcție fundamental pentru entitățile curbe, "peticele" sunt părțile fundamentale pentru suprafețe.

O suprafață poate fi definită matematic în trei moduri (definiția analitică a suprafețelor):

(1) printr-o ecuație implicită *de forma*:

$$(2.37.) \quad F(x, y, z) = 0;$$

(2) printr-o ecuație explicită, care exprimă variația uneia dintre cele trei variabile în funcție de celelalte două:

$$(2.38.) \quad x = f_x(y, z) \text{ sau } y = f_y(x, z) \text{ sau } z = f_z(x, y);$$

(3) prin ecuațiile parametrice:

$$(2.39) \quad \begin{aligned} x &= f_x(u, v); \\ y &= f_y(u, v); \\ z &= f_z(u, v); \end{aligned} \quad \begin{aligned} u_{\min} &\leq u \leq u_{\max} \\ v_{\min} &\leq v \leq v_{\max} \end{aligned}$$

Utilizarea *ecuațiilor parametrice* oferă, ca și în cazul curbelor, o serie de avantaje față de celelalte metode de modelare, dintre care cele mai evidente sunt:

- reprezentarea este independentă de sistemul de coordonate;
- pot fi reprezentate suprafețe definite prin funcții cu valori multiple;
- transformările 3D exprimate în coordonate omogene pot fi aplicate direct asupra ecuațiilor parametrice;
- suprafețele definite parametric sunt în mod inerent limitate, prin domeniul de variație al variabilelor parametrice; alegând domeniul pentru fiecare variabilă se poate defini orice porțiune a suprafeței;
- ecuațiile parametrice oferă mai multe grade de libertate pentru controlul formei unei suprafețe.

Ecuațiile parametrice pot fi folosite pentru a reprezenta o mare varietate de suprafețe, așa cum sunt cele obținute prin baleiere spațială și suprafețele de formă liberă.

2.5.1. Suprafețe de rotație

Se numesc *suprafețe de rotație* acele suprafețe care se obțin prin rotația unui obiect plan (o linie, o curbă, un poligon etc.) în jurul unei curbe 3D (axe

Ox, Oy, Oz sau o dreaptă oarecare în spațiu). Astfel, rotind cu 360° un segment de dreaptă în jurul unei axe paralele cu el (fără ca segmentul să se suprapună pe axă) se generează o suprafață cilindrică circulară. Raza cilindrului este egală cu distanța de la segmentul rotit la axă. Dacă segmentul rotit este coplanar cu axa, dar nu și paralel sau perpendicular pe axă, atunci rotația sa cu 360° va genera suprafața unui trunchi de con circular drept.

Pentru afișarea unei suprafețe de rotație, dar și pentru realizarea unor operații care intervin în procesul de proiectare al suprafeței, este necesar să se poată calcula coordonatele oricărui punct de pe suprafață. În acest scop, se stabilește ecuația parametrică a suprafeței plecând de la ecuația parametrică a obiectului generator, care depinde de un singur parametru:

$$(2.40.) \quad p(u) = [x(u) \ y(u) \ z(u)], \quad \text{unde: } 0 \leq u \leq u_{\max};$$

Prin rotația obiectului în jurul unei axe se obțin puncte care depind și de unghiul de rotație φ . Deci, o suprafață de rotație este descrisă printr-o funcție de doi parametri. Astfel, dacă obiectul generator este inițial situat în planul xOy, iar rotația este efectuată în jurul axei Oy, atunci ecuația suprafeței obținute este:

$$S(u, \varphi) = [x(u) \cdot \cos(\varphi) \ y(u) \ -x(u) \cdot \sin(\varphi)];$$

2.5.2. Suprafețe obținute prin baleiere spațială

O altă metodă de a genera o suprafață tridimensională constă în translatarea unei primitive (linie, poligon, curbă) de-a lungul unei traiectorii. Traectoria poate fi o dreaptă sau o curbă în spațiu. Suprafețele astfel obținute sunt numite "sweep surfaces".

Metoda este larg folosită în sistemele de sinteză grafică pe calculator, fiind adecvată definirii interactive a suprafețelor și corpurilor. Generarea suprafețelor prin rotație este un caz particular al metodei de baleiere spațială, în care traiectoria este circulară.

Cea mai simplă suprafață de translație se obține translătând un segment de dreaptă. Știind că ecuația unui segment determinat de punctele P1(x₁, y₁, z₁) și P2(x₂, y₂, z₂) este:

$$(2.41.) \quad P(u) = P_1 + u(P_2 - P_1);$$

$$P(u) = [x_1 + u(x_2 - x_1) \ y_1 + u(y_2 - y_1) \ z_1 + u(z_2 - z_1)];$$

$$\text{unde: } 0 \leq u \leq 1$$

Ecuația suprafeței de translație va fi:

$$(2.42.) \quad S(u, t) = P(u) \cdot T(t); \quad \text{unde } 0 \leq u \leq 1 \text{ și } 0 \leq t \leq 1;$$

T(t) este matricea transformării de translație. De exemplu, dacă traiectoria este o linie dreaptă de lungime d paralelă cu axa Oz, atunci:

$$(2.43.) \quad T(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \cdot t & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{unde } 0 \leq t \leq 1;$$

2.5.3. Suprafețe de interpolare

În realizarea imaginilor grafice pe calculator sunt frecvente cazurile în care se dorește obținerea unei suprafețe care trece printr-un set de puncte, mărginită de patru curbe sau a cărei formă este controlată printr-un set de puncte. În primul caz, suprafața este numită de interpolare, iar în cel de-al doilea, de aproximare.

Dreptunghiul este un caz particular de suprafață biliniară. O suprafață biliniară este determinată de patru puncte $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$, $P_3(x_3, y_3, z_3)$, care în spațiul parametric reprezintă colțurile pătratului unitate. Orice punct al suprafeței se obține prin interpolare liniară între laturile opuse ale pătratului unitate.

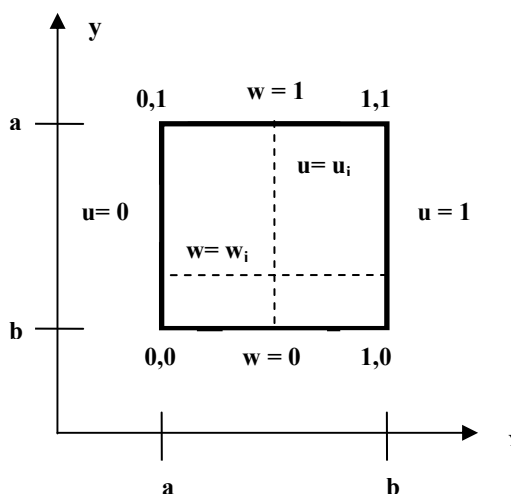


Figura 2.6. Suprafață biliniară

Modelarea suprafețelor de interpolare/aproximare se bazează pe noțiunea de "petic". Un "petic" este o colecție de puncte mărginite de patru curbe. Coordonatele lor sunt definite prin funcții continue de două variabile, astfel:

$$(2.44.) \quad \begin{aligned} x &= x(u,v); \\ y &= y(u,v); & u_{\min} \leq u \leq u_{\max}; \\ z &= z(u,v); & v_{\min} \leq v \leq v_{\max}; \end{aligned}$$

Un dreptunghi din planul xOy este un petic de suprafață plană, care poate fi reprezentat de ecuațiile parametriche:

$$(2.45.) \quad \begin{aligned} x &= a + (b - a)u = P_{0,x} + (P_{1,x} - P_{0,x})u; \\ y &= c + (d - c)w = P_{0,y} + (P_{3,y} - P_{0,y})w; \\ z &= 0. \end{aligned}$$

Suprafața biliniară este descrisă prin următoarea ecuație parametrică:

$$(2.46.) \quad \begin{aligned} p(u, v) &= P_0(1 - u)(1 - w) + P_1(1 - u)w + P_2u(1 - w) + P_3uw; \\ 0 &\leq u, w \leq 1 \end{aligned}$$

Un petic bicubic se reprezintă printr-o ecuație parametrică de forma:

$$(2.47.) \quad p(u, w) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} u^i w^j, \quad \text{unde: } 0 \leq u \text{ și } w \leq 1;$$

Această expresie reprezintă forma algebrică a suprafeței, iar cei 16 vectori:

$$(2.48.) \quad a_{ij} = [a_{ij}.x \quad a_{ij}.y \quad a_{ij}.z];$$

sunt coeficienții algebrici ai suprafeței.

Ca și în cazul curbelor, forma algebrică nu este cea mai convenabilă pentru definirea și controlul formei suprafeței. Ea nu conține explicit condițiile geometrice care determină suprafața. Există mai multe tipuri de suprafețe de interpolare/aproximare: *Hermite (Coons)*, *Bezier*, *B-spline* și altele.

Suprafața bicubică Hermite (Coons)

Suprafața bicubică Hermite (Coons) este o suprafață de interpolare. Un petic bicubic Hermite este determinat geometric prin coordonatele celor patru colțuri, cei opt vectori tangenți și cei patru vectori de răsucire, în total 16 vectori de trei componente, cu ajutorul cărora se determină cei 48 de coeficienți algebrici.

Coordonatele colțurilor și vectorilor tangenți definesc curbele delimitante ale peticului, care în cazul de față sunt curbe Coons:

$$(2.49.) \quad \begin{aligned} p_{0w} &= F \cdot [p_{00} \quad p_{01} \quad p_{00}^w \quad p_{01}^w]^T; \\ p_{1w} &= F \cdot [p_{10} \quad p_{11} \quad p_{10}^w \quad p_{11}^w]^T; \\ p_{u0} &= F \cdot [p_{00} \quad p_{01} \quad p_{00}^u \quad p_{01}^u]^T; \\ p_{u1} &= F \cdot [p_{01} \quad p_{11} \quad p_{10}^u \quad p_{11}^u]^T; \end{aligned}$$

Peticul bicubic conține două seturi infinite de curbe ortogonale în spațiul parametric. Un set conține curbele $p(u, w)$, pentru u_i constant, celălalt curbele $p(u, w_i)$, pentru w_i constant.

Vectorii de răsucire se folosesc pentru determinarea vectorilor tangenți în puncte intermediare ale unei curbe. Astfel, punctele pe o curbă Coons se determină folosind punctele extreme ale curbei și tangentele în punctele extreme.

Vectorii tangenți în puncte intermediare ale curbei Coons se determină folosind vectorii tangenți și vectorii de răsucire în punctele extreme.

Astfel, vectorii tangenți în punctele intermediare ale curbei:

$$p_{0w} = F \cdot [p_{00} \quad p_{01} \quad p_{00}^w \quad p_{01}^w];$$

sunt specificați de următoarea ecuație:

$$(2.50.) \quad p_{0w}^u = F \cdot [p_{00}^u \quad p_{01}^u \quad p_{00}^{uw} \quad p_{01}^{uw}];$$

Această ecuație poate fi interpretată ca reprezentând o curbă auxiliară, formată din vârfurile vectorilor tangenți în punctele intermediare ale curbei. Un petic bicubic este caracterizat de patru astfel de curbe auxiliare.

Suprafețele Bezier

În mod asemănător modului în care curbele Bezier sunt controlate de un poligon de trasare în locul punctelor și vectorilor tangenți, suprafețele Bezier folosesc un poligon caracteristic în locul punctelor, tangențelor și vectorilor de răsucire. Punctele pe o suprafață Bezier sunt date de o simplă extensie a expresiei pentru o curbă:

$$(2.51.) \quad p(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n B_{i,m}(u) \cdot B_{j,n}(v) p_{ij},$$

unde: $0 \leq u, v \leq 1$;

și unde: p_{ij} sunt punctele caracteristice poligonului, iar $B_{i,m}$, $B_{j,n}$ sunt funcțiile de definite pentru curbe.

Curbele Bezier au o serie de limitări, permițând doar modificări globale constrânse de tranziția netedă dintre două petice alăturate.

Suprafețele B-spline

Suprafețele *B-spline* sunt, ca și *suprafețele Bezier*, suprafețe de aproximare definite numai prin puncte. Ele pot fi modelate prin următoarea ecuație parametrică:

$$(2.52.) \quad p(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n p_{ij} \cdot N_{i,k}(u) \cdot N_{j,l}(v);$$

unde: p_{ij} sunt punctele de control care definesc suprafața, iar $N_{i,k}(u)$ și $N_{j,l}(v)$ sunt funcții B-spline de grad $(k - 1)$, respectiv $(l - 1)$.

O curbă B-spline se obține prin juxtapunerea mai multor segmente de curbă. Ecuațiile care definesc segmentele de curbă B-spline periodică de grad doi și trei, pot fi prezentate astfel:

$$(2.53.) \quad p_s(u) = U_k \cdot M_k \cdot P_k, \text{ unde } 1 \leq s \leq n + 2 - k;$$

$$(2.54.) \quad P_k = \{P_i \mid s - 1 \leq i \leq s + k - 2\};$$

Pentru $k = 3$ se obține expresia matricială a segmentului de curbă *B-spline* de ordin 1 (grad 2), iar pentru $k = 4$, expresia segmentului de curbă *B-spline* de ordin 2 (grad 3). O *suprafață B-spline* (deschisă, periodică) se obține prin juxtapunerea mai multor segmente de suprafață, definite astfel:

$$(2.55.) \quad p_{st}(u, w) = U_k \cdot M_k \cdot P_{kt} \cdot M_t^T \cdot W_t^T;$$

unde: $1 \leq s \leq m + 2 - k$;
 $1 \leq t \leq n + 2 - t$; $0 \leq u, w \leq 1$;

$$(2.56.) \quad p_{kl} = \{P_{ji} \mid s - 1 \leq i \leq s + k - 2, t - 1 \leq j \leq t + l - 2\}.$$

Se obține ecuația segmentului de suprafață B-spline bicubică introducând $k = 4$ și $t = 4$ în ecuația de mai sus.

Se observă că fiecare segment de suprafață bicubică B-spline este determinat de 4×4 puncte de control.

Pentru realizarea operațiilor de divizare a peticelor bicubice B-spline se recurge, în practică, la o conversie a peticelor de la reprezentarea B-spline la reprezentarea Bezier, urmată de efectuarea operațiilor asupra reprezentării Bezier.

2.6. Reprezentări ale obiectelor prin rețele de petice

Suprafața unui obiect poate fi reprezentată în vederea afișării printr-o rețea de poligoane, sau printr-o rețea de "petice". În primul caz, obiectul este reprezentat prin coordonatele vârfurilor rețelei și alte date care descriu topologia obiectului (de exemplu, lista vârfurilor fiecărui poligon, lista laturilor adiacente în fiecare vârf etc.).

În cel de-al doilea caz, obiectul este definit ca un set de petice de un anumit tip (de exemplu, de suprafață), fiecare petic fiind reprezentat printr-un set de condiții geometrice, specifice tipului de petic [26].

Reprezentarea prin "petice" a unei suprafețe, deși este mai greu de obținut, oferă o serie de avantaje față de reprezentarea prin poligoane.

Avantajele sunt legate de următoarele două aspecte:

- *reprezentarea parametrică este analitică*: permite calculul unor proprietăți (de exemplu, aria suprafeței) necesare în unele aplicații, cum sunt acelea din domeniul arhitecturii și ingineriei mecanice. Reprezentarea parametrică este mai exactă și mai economică decât reprezentarea poligonală. Astfel, exactitatea reprezentării poligonale este determinată de numărul de vârfuri ale rețelei. Mărirea exactității conduce la creșterea timpului de procesare și a memoriei necesare reprezentării. În general, cu 16 puncte de control care determină un "petic" se poate defini o suprafață mult mai sofisticată decât cu o rețea poligonală având 16 vârfuri.

- *reprezentarea parametrică permite deformarea și modificarea interactivă a formei obiectelor*: deformarea unei suprafețe parametrice este realizată natural și ușor prin deplasarea punctelor de control care o definesc. Deformarea unei suprafețe rețea-poligonală este mult mai dificilă, presupunând subdivizarea poligoanelor din zona deformată și înlocuirea lor cu un alt set de poligoane, care aproximează noua suprafață.

De exemplu, pentru un cub construit dintr-un material moale, prin presare într-un punct al uneia din fețele sale, fața se deformează. Dacă fața este reprezentată ca poligon, atunci deformarea sa presupune înlocuirea poligonului cu un set de poligoane care aproximează fața deformată. În schimb, dacă fața este reprezentată parametric, este suficient să se deplaseze punctele de control ale zonei în care apare deformația.

Cu cât numărul de petice prin care este reprezentată fața este mai mare, cu atât controlul local al suprafeței sale este mai bun.

Aceste reprezentări ale formelor geometrice nu au avut în vedere topologia lor, descrierea modului în care diferite elemente ale formei sunt interconectate [20].

În schema de reprezentare pentru modelele solide, definirea solidului derivă din combinarea informațiilor despre suprafețe, muchii și puncte ale unui

anumit obiect, cu datele topologice valide chiar în timpul unei modificări interactive. Aceasta se poate realiza astfel:

- prima metodă constă în alegerea unei structuri complexe de date;
- a doua metodă constă în asigurarea că modelele se supun unor reguli matematice care controlează topologia [26].

Pentru reprezentarea specială a unor forme se recomandă *modelul bazat pe grafuri*, numit astfel deoarece datele despre față, muchie și vârf sunt stocate ca noduri ale unui graf. Există doi marcatori unidirecționali între fiecare pereche de noduri care reprezintă elemente adiacente.

Consistența topologică a modelului poate fi determinată de examinarea grafului în vederea stabilirii satisfacerii de către acesta a câtorva reguli.

De exemplu, pentru un corp convex fără găuri, regulile sunt:

- fețele trebuie să fie mărginite de un singur inel de muchii;
- fiecare muchie trebuie să se conecteze exact la două fețe și să aibă câte un punct definit la fiecare capăt;
- cel puțin trei muchii trebuie să se întâlnească în fiecare punct;
- trebuie să se aplice regula lui Euler:

$$(2.57.) \quad V - E + F = 2;$$

unde: V este numărul de vârfuri, E numărul de muchii, iar F numărul de fețe.

Pentru corpuri cu găuri și suprafețe reentrante, se aplică o formă modificată a regulii lui Euler, cunoscută sub numele de regula Euler-Poincare. În aceste cazuri, dacă H este numărul de găuri în suprafețe, P este numărul de treceri și B este numărul de corpuri separate, atunci:

$$(2.58.) \quad V - E + F - H + 2P = 2B;$$

3. MODELAREA GEOMETRICĂ TRIDIMENSIONALĂ

3.1. Modelarea prin instanțiere

Instanțierea este reprezentarea cea mai simplă folosită în modelarea solidelor, deoarece principiul său este "să nu se utilizeze reprezentarea". Această metodă folosește o listă de primitive geometrice. Deși mare parte dintre modelele 2D și 3D utilizează instanțierea, această metodă este deseori insuficientă pentru aplicații complexe de modelare și reprezentare a obiectelor de formă liberă.

Instanțierea prin primitive simple este cea mai simplă metodă de reprezentare și implică descrierea modelelor prin variația dimensiunilor lor tridimensionale cu ajutorul unei singure primitive. Tehnica se poate aplica figurilor din familia componentelor care se aseamănă din punct de vedere geometric și topologic, dar nu și dimensional și pentru care sunt date valori limitative ale primitivelor de desenare [33].

3.2. Modelarea pe bază de operații booleene

Tehnica bazată pe *operații booleene* constă în asamblarea mai multor volume cu ajutorul operatorilor booleeni: reuniunea (\cup), intersecția (\cap) și diferența (-).

Avantajul acestei metode constă în faptul că oferă o abordare foarte intuitivă.

Inconvenientul constă în faptul că nu se cunoaște exact topologia obiectului global și de aici apar și probleme la "închidere" completă a conturilor. De exemplu, intersecția a două cuburi adiacente este o față plană. O față plană nu este un volum, ea nu mai face parte din reprezentare și nu i se mai pot aplica alți operatori booleeni [33].

Se exclude dezvoltarea de alte primitive, deci nu se apelează la punct, curbă sau suprafață.

3.3. Reprezentări bazate pe geometria constructivă a solidului

Geometria constructivă a solidului (CSG - Constructive Solid Geometry) este un caz particular de *operație booleană*: un obiect este reprezentat sub forma unui arbore binar, unde nodurile sunt operații booleene regularizate sau operatori de transformare geometrică (rotație, translație etc.), iar frunzele sunt primitive geometrice de tip "volum". S-au elaborat numeroși algoritmi pentru parcurgerea unui arbore CSG și pentru a extrage informații în vederea afișării obiectelor.

Tehnica bazată pe geometria constructivă a solidului CSG implică în elaborarea unui model combinații teoretice ale unui set de primitive geometrice ca: cilindri, prisme, paralelipede ș.a.

Pentru structura de date este folosit ca model *graful orientat*. În acest caz, graful este de un tip particular, cunoscut ca arbore binar, în care nodurile sunt conectate prin ramuri la un nod rădăcină. Orice nod are numai un singur "părinte" și doi "fii", cunoscuți sub numele de "frunze". În modelul CSG, "frunzele" sunt primitive geometrice, iar nodul rădăcină și nodurile intermediare satisfac setul de operații booleene care construiesc modelul [20].

Primitivele pot fi definite în mai multe moduri. În unele sisteme acestea pot fi solide mărginite, iar în alte cazuri pot fi derivate din intersecția primitivelor simple, cunoscute și sub numele de semispații.

Există suprafețe, precum cilindrii sau planele infinite, care divid spațiul de coordonate într-un solid și un semispațiu. Un cub unitar, de exemplu, poate fi construit prin intersecția a șase semispații planare, paralele cu planele $y-z$, $z-x$ și $x-y$, prin punctele $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$.

Una dintre problemele principale ale modelării teoretice este calcularea eficientă a intersecției dintre elementele modelului. Pentru modele complexe, cu multe instanțieri de primitive, calculul efectiv poate apela la numeroase intersecții. Complexitatea și dificultatea acestei proceduri poate fi redusă prin divizarea spațiale ale modelului astfel încât aceste intersecții să fie testate numai pentru zonele vecine ale primitivelor.

3.4. Descompunerea în celule

Descompunerea în celule este o metodă care descrie modelul prin ansamblul celulelor elementare ale formei, celule care satisfac condiția că sunt unite fără a se intersecta. Tehnica nu este foarte răspândită în modelarea geometrică, dar constituie baza *analizei elementelor finite*, în care o formă complexă este aproximată prin analiza unui ansamblu de mici elemente care reprezintă forma (Figura 3.1., [13]).

În general, o astfel de structură conține mai multe liste: de suprafețe, de trasee, de opriri, de vârfuri etc. Obiectul este descris ca o listă de suprafețe care formează o învelitoare. Un ansamblu de pointeri care referă aceste liste permite accesul la informații certe privind topologia obiectului. Această tehnică folosește următoarele tipuri de liste:

- listă de fațete conținând coordonatele punctelor care le definesc;
- listă de vârfuri pentru fiecare latură (care se combină cu prima listă);
- liste de vârfuri / fațete / muchii (fiecare față este definită prin muchiile sale și fiecare muchie prin vârfuri).

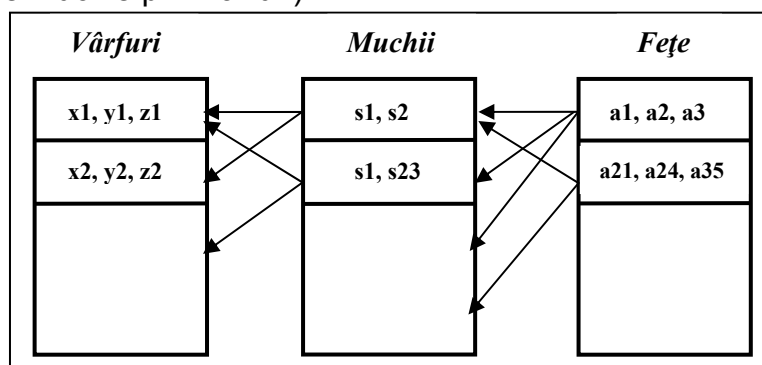


Figura 3.1. Descompunerea bazată pe liste de vârfuri - muchii - fețe

Aplicarea fiecărui model de structură depinde de operațiunile ce urmează să se efectueze. De exemplu, pentru a efectua o umbrire de tip Gouraud, este necesară dispunerea pentru fiecare latură, a pointerilor pe fețele adiacente. Normala în vârfuri este calculată efectuând media normalelor la fețele care le conțin.

Această metodă nu se poate folosi pentru poliedrele care sunt compuse din primitive neplanare. Se pun probleme greu de rezolvat legate de topologie.

De asemenea, metoda este imposibil de utilizat pentru suprafețe definite prin puncte de control (Hermite, Bezier etc.).

3.5. Metode bazate pe extrudare

Multe obiecte tridimensionale (3D) pot fi definite ca *extrudări de obiecte bidimensionale (2D) în spațiu*. Se definesc obiectele printr-un solid 2D și o curbă care descrie traiectoria acestui solid în spațiu. Ansamblul tuturor pozițiilor solidului 2D formează solidul 3D.

Se utilizează mai multe tipuri de extrudări:

- extrudare prin translație, în cazul în care traiectoria este o dreaptă;
- extrudare prin rotație, în cazul în care traiectoria este un cerc;
- extrudare generalizată, în cazul în care traiectoria este o dreaptă oarecare.

Talia suprafeței solidului 2D poate de asemenea, să varieze; de exemplu, prin extrudarea unui pătrat de-a lungul unui segment octogonal rezultă o piramidă.

Avantajul metodei constă în aceea că este foarte intuitivă pentru utilizatori. *Dezavantajul* provine din faptul că se pot descrie doar clase limitate de obiecte [13].

3.6. Decuparea spațială

Metoda *decupării spațiale* este similară cu metoda descompunerii în celule, în care modelul este împărțit într-un număr de mici elemente, dar acest caz presupune identificarea cu o rețea regulată de volume cubice care sunt complet sau parțial ocupate de obiectul care este modelat.

Acest tip de reprezentare folosește decuparea obiectului de modelat în mici celule adiacente și disjuncte. Metoda are o variantă foarte des folosită și anume *descompunerea în voxelii*.

Spațiul este decupat într-o rețea regulată de *voxeli (volume elementare)*. Fiecare *voxel* este activ sau inactiv după cum o parte de obiect se găsește sau nu în acest volum elementar. Singurele primitive la care apelează această reprezentare sunt *voxelii*.

Cele mai cunoscute utilizări ale acestui tip de reprezentare este redarea imaginilor în medicină sau recuperarea datelor achiziționate prin utilizarea unui scanner [12].

O variantă a acestei metode subdivizează spațiul în zone: pline, parțial pline și vide. Dacă o zonă este parțial plină, ea se subdivide până se obțin doar zone pline și vide. Subdivizarea se oprește atunci când precizia obținută este satisfăcătoare.

3.7. Modelarea multistrat și multiobiect

Sistemele multistrat și multiobiect sunt sisteme interactive de proiectare a formelor tridimensionale. Proiectantul transmite comenzi prin intermediul perifericelor hardware, iar aceste sisteme actualizează reprezentările interne ale modelului și dacă e necesar, reîmprospătează imaginile pe ecran.

Sistemele trebuie să fie suficient de performante încât să poată răspunde comenzilor în câteva fracțiuni de secundă, deoarece returnarea mesajelor de eroare sau reîmprospătarea imaginilor complexe trebuie să dureze foarte puțin.

Această tehnică întâmpină multe dificultăți în modelarea tridimensională, unele legate de mecanismele interne ale sistemului (structuri de date și programarea lor), iar altele legate direct de exploatarea sistemului (periferice disponibile, facilități software, compatibilități etc.).

Procedurile de reprezentare definite de sistem trebuie să fie stabile și unde e posibil, reversibile. Procesele stabile asigură o bună rulare și nu distrug datele când apare o eroare de programare sau fizică, deoarece implică metode de tratare a erorilor, cu asigurarea restaurării lor rapide la apariția erorii. Folosind aceste sisteme, se pot utiliza o mare varietate de comenzi simple.

Datorită faptului că monitorul este o suprafață bidimensională, este nevoie de facilități tridimensionale de vizualizare (ca: modelarea luminozității, perspectivei, umbrelor), toate acestea măbind timpul de recalculare a imaginii (una din marile probleme ale sistemelor interactive).

Sistemele multistrat definesc o procedură inițială, stabilă, care folosește o serie de comenzi reversibile, oferind utilizatorului posibilitatea de a emite comenzi, de a observa efectele și de a restaura în orice moment starea originală. Comenzile date formează o înregistrare a modelului la un moment dat și împreună cu structurile de date de ieșire pot fi folosite la reconstrucția modelului după apariția oricărui tip de defect [13].

Aceste sisteme realizează un bun *backup*, până la aproximativ 15 "straturi" simultane. Straturile pot fi îmbinate opțional, cu unele limitări date de forma matematică a suprafeței. Sistemul asigură condiția de continuitate obligatorie, prin faptul că schimbările într-un strat se reflectă automat în straturile adiacente.

Sistemele multiobiect, bazate pe experiența câștigată de tehnologia multistrat sunt extensibile și flexibile, oferind facilități deosebite.

Sistemele multiobiect permit modelarea, incluzând primitive de tip puncte, linii, curbe, volume și structuri.

Curbele și suprafețele de diferite ordine (de la unu la cinci) pot fi mixate ca primitive geometrice.

Limbajele extinse folosite permit comenzilor de tip utilizator să includă variabile scalare și vectoriale, argumente, expresii matematice. Aceste limbaje realizează o comunicare mai flexibilă cu modelul și pot facilita analize ale proprietăților geometrice.

Tipurile de curbe și suprafețe oferite ca primitive de reprezentare influențează ușurința cu care modelul poate fi construit. Există multe tipuri de curbe și suprafețe ce pot fi utilizate. Dacă formele curbe implicite permit specificarea exactă a proprietăților geometrice elementare, cubicele parametrice oferă, pe lângă aceste facilități și altele, de exemplu puncte la infinit (acestea sunt suprafețele Coons).

Orice punct (x, y, z) al stratului descris este dat de expresiile:

$$(3.1.) \quad \begin{aligned} x &= f(u,w) \\ y &= g(u,w) \\ z &= h(u,w) \end{aligned}$$

unde u și w sunt parametri cu valori între 0 și 1, iar f, g, h sunt funcții cunoscute (*Figura 3.2.*, [3], [1]).

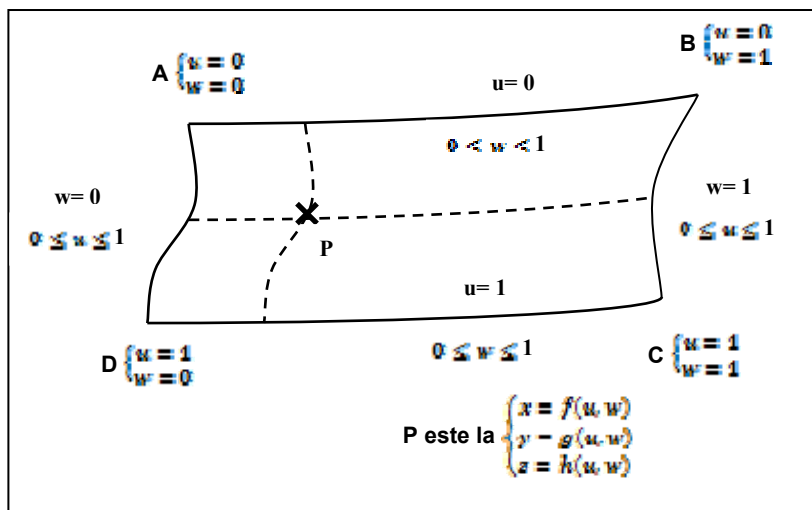


Figura 3.2. Parametrii suprafețelor Coons

În Figura 3.2. se prezintă valorile parametrilor pentru muchiile / vârfurile suprafeței.

La suprafețele Coons bicubice, folosite în sistemele multistrat, fiecare muchie a suprafeței este o parte a curbei tridimensionale, definită prin punctul său final și prin vectorul de pantă [13].

O curbă cubică parametrică poate fi reprezentată astfel:

$$(3.2) \quad C = [u^3 \ u^2 \ u^1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0_u \\ 1_u \end{bmatrix}$$

unde tensorul final conține vectorii de poziție ai punctelor de final ale muchiei (0 și 1) și vectorii tangenți în aceste puncte, (0_u și 1_u) (Figura 3.3., [1], [3]).

Plecând de la cele patru muchii cubice parametrică, o suprafață bicubică are patru vectori, care controlează suprafața formei.

Există un vector curbiliniu asociat cu fiecare capăt de muchie. În notație Coons, o suprafață bicubică este descrisă astfel:

$$(3.3) \quad uw = [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 00 & 01 & 00w & 01w \\ 10 & 11 & 10w & 11w \\ 00u & 01u & 00uw & 01uw \\ 10u & 11u & 10uw & 11uw \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w^3 \\ w^2 \\ w \\ 1 \end{bmatrix}$$

unde vectorii curbilinii sunt notați prin $00uw$ etc.

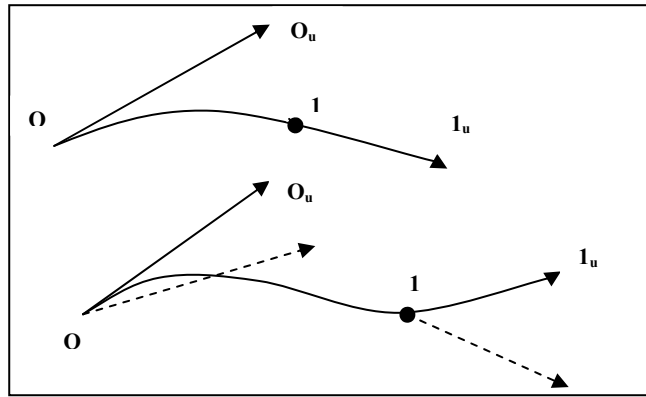


Figura 3.3. Incrementarea coordonatelor v ale lui O_u și 1_u

Respectând condiția ca sistemul să țină cont de "semnul inversat" al pantelor, proiectarea pe baza algoritmului tangențial interactiv este realizabilă, dar totuși greu de implementat.

Formulări Bézier

Esența acestor formulări este aceea că definirea suprafețelor și curbelor este asigurată de un număr de puncte, toate relative la originea și axele modelului. O curbă cubică parametrică poate fi astfel definită prin patru puncte, punctele de sfârșit și câte un punct de proiecție tangențial pentru fiecare vector curbiliniu [13] (Figura 3.4.).

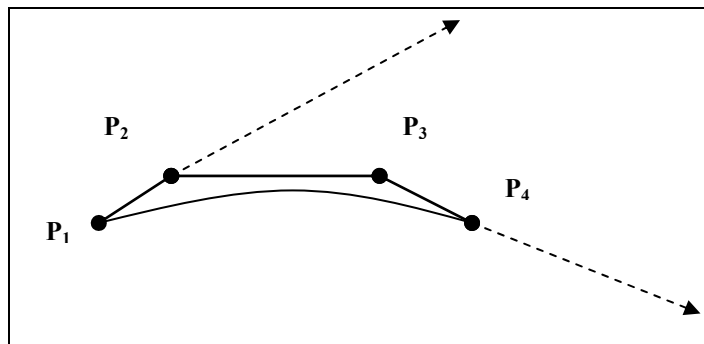


Figura 3.4. Curbă cubică parametrică

Expresia matematică este:

$$(3.4.) \quad C = [(1-u)^3 \cdot 3(1-u)^2u \cdot 3(1-u)u^2 \cdot u^3] \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}$$

unde P_1 și P_4 sunt punctele finale ale curbei, iar P_2 și P_3 sunt puncte pe tangenta în P_1 , respectiv P_4 .

Curba Bézier în 3 puncte (parabola) se poate scrie ca:

$$(3.5.) \quad C = [(1-u)^2 \cdot 2(1-u)u \cdot u^2] \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

unde P_2 este dat de intersecția tangențelor la parabolă în P_1 și P_3 .

O curbă Bézier de ordin mai mare, de exemplu 5, are parametrul u în gama $(0,1)$, iar curba se întinde între P_1 și P_5 . Punctele intermediare nu sunt situate, în general, pe curbă. Totuși rețeaua de linii ce unește aceste puncte intermediare aproximează curba și dă un indiciu bun asupra influenței asupra formei [13].

Extinzând analiza asupra unui strat Bézier din 4×4 puncte, se poate scrie:

$$(3.6.) \quad S = [(1-u)^3 \quad 3(1-u)^2u \quad 3(1-u)u^2 \quad u^3]$$

$$u^3 \begin{bmatrix} A & S_{AB} & S_{BA} & B \\ S_{AD} & T_A & T_B & S_{BC} \\ S_{DA} & T_D & T_C & S_{CB} \\ D & S_{DC} & S_{CD} & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-w)^3 \\ 3(1-w)^2w \\ 3(1-w)w^2 \\ w^3 \end{bmatrix}$$

unde tensorul central conține doar vectorii de poziție relativ la origine și axele proiecției.

Punctele de pantă pentru modelare au fost notate S_{AB} , S_{BA} etc. Vectorii curbilinii au fost alocați celor patru puncte de proiectare ale suprafeței, T_a, T_b, T_c, T_d (Figura 3.5., [13]).

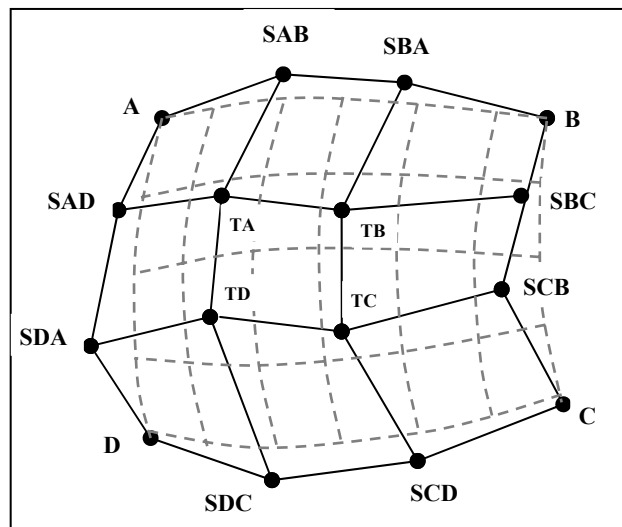


Figura 3.5. Strat (petic) Bézier din 4×4 puncte

Curbele parametrice pot fi descompuse în oricare punct de-a lungul lor, într-o pereche de curbe de același ordin și formă ca și curba originală.

Descompunerea unei curbe parametrice oferă 2 extra-puncte de proiecție, iar descompunerea unei curbe cubice oferă 3 extra-puncte etc.

Modelare multistrat

Reprezentările multistrat folosesc *straturi Coons bicubice*.

Când un strat este definit prima dată, acesta are valori presetate, cu toate pantele 0. (Figura 3.6.a). În aceste condiții, muchiile curbei sunt linii

drepte și rămân astfel până când colțurile A,B,C,D sunt modificate printr-o comandă a utilizatorului (Figura 3.6.b).

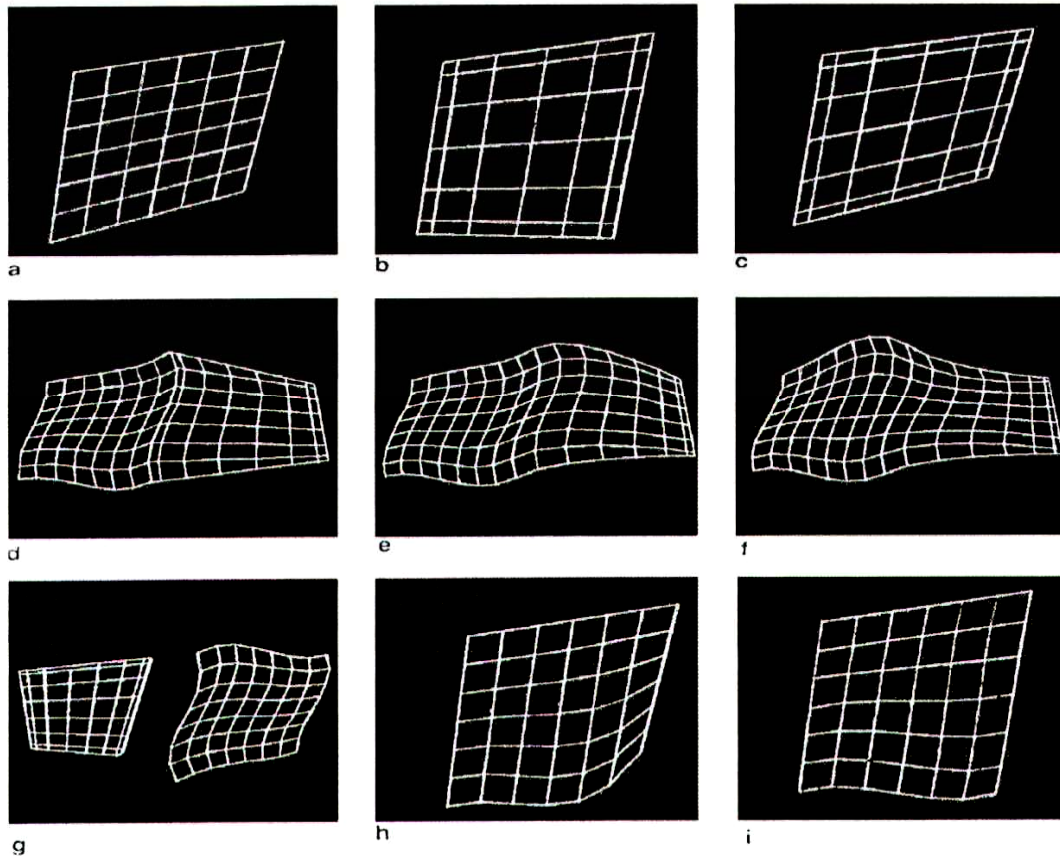


Figura 3.6. - Reprezentări multistrat

Când colțurile sunt plasate satisfăcător, stratul este "normalizat" pentru a face din fiecare din cei 8 vectori de pantă, vectori de coardă (Figura 3.6.c). Deși această normalizare nu modifică muchiile stratului, schimbarea vectorilor de pantă alterează distribuția liniilor parametrice, prezentând locurile unde vectorii sunt mari / mici.

Un vector tangențial mare are o rază mare a curbei și spațiu mare între liniile parametrice, pe când un vector tangențial mic, are o rază mică a curbei și un mănunchi de linii parametrice. Normalizarea pregătește utilizarea vectorilor tangențiali pentru reprezentarea obiectelor tridimensionale.

Mutarea colțurilor stratului introduce muchii curbe ale stratului (Figura 3.6.d). Renunțând la statica colțurilor, tangentele S_{AB} și S_{BA} , pot fi proiectate pentru a produce muchii curbe pentru un anumit strat. (Figura 3.6.e).

Schimbările asupra unei muchii determină schimbarea automată și pentru stratul cu care se îmbină.

Figura 3.6.f prezintă două straturi separate, iar Figura 3.6.g prezintă efectul îmbinării muchiei AD a stratului 2 cu muchia BC a stratului 1. Dacă este cerută o continuitate a pantei stratului 2, atunci doar stratul 2 este modificat (Figura 3.6.h). O schimbare asupra S_{AB} din stratul 2 se reflectă automat asupra lui S_{BA} din stratul 1 și reciproc.

Trebuie reconsiderate multiplele schimbări posibile ce pot afecta un strat și efectul lor asupra straturilor adiacente.

Figura 3.7.a prezintă 9 straturi continue care oferă libertatea de a schimba stratul central în mai multe moduri, prin comenzi singulare, astfel:

- mutând stratul întreg (Figura 3.7.b); aceasta determină schimbarea tuturor celor 8 straturi învecinate, făcând din stratul 1 un "platou înalt";
- mutând colțul A al stratului (Figura 3.7.c); aceasta schimbă 4 straturi învecinate și produce un "vârf local" în punctul lor comun;
- mutând panta S_{AD} a stratului (Figura 3.7.d); aceasta schimbă 4 straturi învecinate și produce o "vale și un deal" de-a lungul graniței dintre perechile opuse;
- mutând T_A a stratului (Figura 3.7.e), se determină schimbarea a 4 straturi, producând "văi și dealuri" în colțurile stratului.

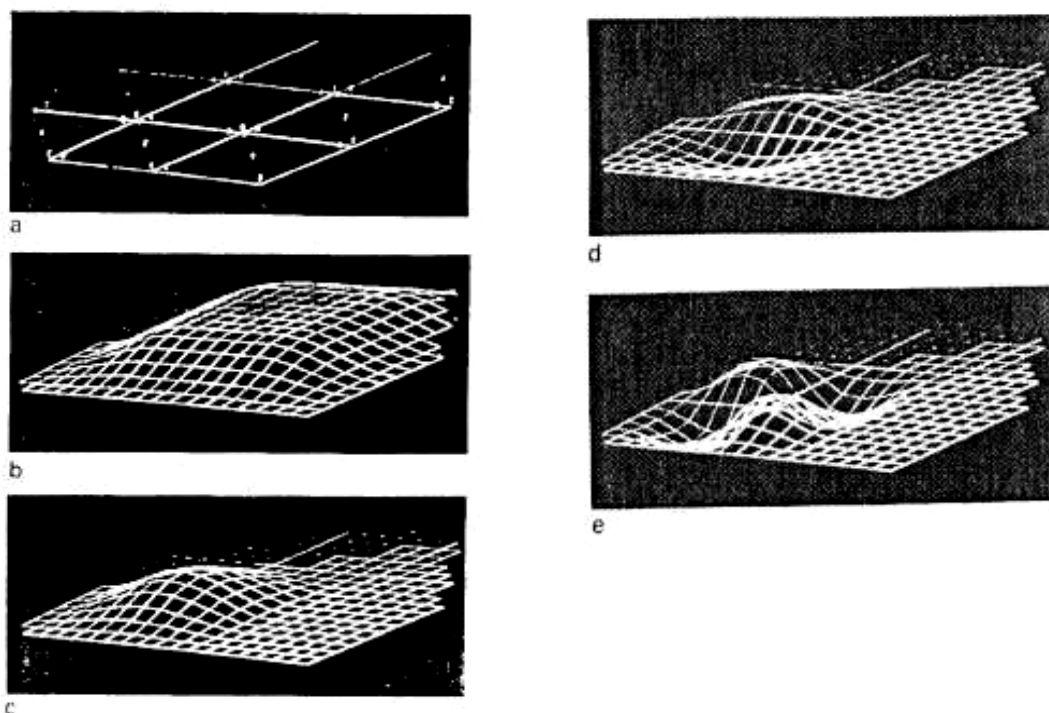


Figura 3.7. – Modificări ale straturilor adiacente

Proiectarea curbelor este precedată de crearea straturilor. *Curbele Bézier* definite prin 3 - 7 puncte, sunt disponibile și sunt afișate sub formă de rețele. Reprezentarea curbei constă în poziționarea punctului de sfârșit și manipularea punctelor de mijloc intermediare pentru obținerea formei dorite. Dacă se consideră că această curbă nu are forma dorită, se poate fie să se descompună curba, pentru a obține o pereche de curbe continue (de același ordin ca și curba inițială), fie să se asimileze curba cu una definită prin mai multe puncte prin compunere.

Aceste operații pot fi repetate până se obțin rezultatele dorite.

Compunerea oferă un control superior modelării, deoarece se introduce doar un singur punct suplimentar, pe când la divizare sunt necesare două sau mai multe puncte. Curbele pot fi unite în punctele lor de final. Straturile pot fi definite între patru curbe unite în patru colțuri. Punctele ce aparțin stratului sunt inițial setate la o valoare impusă de situația concretă.

Dacă forma internă dorită a stratului nu poate fi obținută cu ajutorul punctelor existente, proiectantul poate crește numărul de puncte. Un astfel de strat poate avea muchii de diferite ordine și centre.

În sistemele *multistrat*, o singură comandă definește un nou strat, dând posibilitatea imediată de a proiecta un strat complet. Avantajul constă în faptul că noii utilizatori pot să poziționeze rapid un set de straturi pe ecran, iar dezavantajul este acela că straturile întâmpină uzual dificultăți de a avea muchii ale curbei reușite și în final, de a avea suprafețe de calitate.

În sistemele *multiobiect*, definiția stratului se referă la curbele existente, forțând crearea și proiectarea lor înaintea creării și calculării stratului. Pentru continuitatea straturilor adiacente în sistemele *multistrat*, schimbarea pantei se face pentru a potrivi stratul curent cu straturile adiacente, iar în sistemele *multiobiect*, muchiile curbei trebuie să fie continue (în amplitudine și/sau direcție). Această continuitate impune punctele de proiectare a suprafeței. Multe alte diferențe în metodele de modelare provin din facilitățile superioare ale sistemului *multiobiect*.

3.8. Suprafețe neregulate și cavități

Problema cea mai importantă a reprezentării suprafețelor rigide este legată de vizibilitate. Din acest punct de vedere se definesc două nivele de vizibilitate: *completă* și *parțială* [13], [39], [41].

Când contururile suprafeței sunt complet vizibile, atunci suprafața poate fi reprezentată printr-o imagine convexă, ce reprezintă *harta vizibilității* suprafeței.

Au fost elaborați algoritmi care furnizează pachete de obiecte predefinite, pentru care vizibilitatea și rigiditatea pot fi determinate independent. Pentru construirea *hărții de vizibilitate* și pentru selectarea perechilor optimale se minimizează suprafețele separate ale obiectului ce trebuie modelat.

În cazul cavităților, suprafețele celor două segmente (plăci) care se intersectează și sunt etanșe când obiectul este întreg, reprezintă *suprafețe de separare*. Perechile de direcții opuse, de-a lungul celor două plăci despărțitoare, reprezintă *direcții de separare*.

Adânciturile sau proeminențele cavității pentru care se realizează reprezentarea împiedică vizionarea lor, direcțiile separate fiind denumite *subtăieri*. În funcție de tipurile de subtăieri, se cunosc reprezentări geometrice similare cu diferitele dispozitive/instrumente industriale care le utilizează, de exemplu: canelare (degajare, retezare) realizarea proeminențelor folosind presarea miezului de turnare și presarea cavității. Subtăierile interne utilizează modelarea contactelor sau inserțiilor.

Selectarea direcțiilor și a suprafețelor de separare este importantă, deoarece acestea dictează numărul, forma și ordinea cavităților și afectează toți pașii următori ai algoritmului de lucru.

Deoarece utilizarea măririi cavității este costisitoare, operațiile pentru obținerea sa sunt complicate, iar procesele se realizează cu viteză redusă, recomandările generale prezentate în literatura de specialitate se referă la despărțirea direcțiilor selectate astfel încât numărul cavităților să fie minim.

Totuși, incrementarea acestor algoritmi trebuie făcută cu atenție. În puținele exemple practice relatate în literatură, separarea cavităților este limitată (restrânsă) la plane ce admit ca separarea direcțiilor să se facă de-a lungul a uneia până la trei axe principale sau selectarea pentru un set de direcții generat aleator. Deficiența acestor aproximări este necunoașterea

posibilității de separare a tuturor direcțiilor și în plus, dacă există cumva, cunoașterea priorității sale.

Generarea euristică pentru separarea direcțiilor constă în selectarea unor suprafețe normale la suprafața planară față de axele suprafeței cilindrice ale obiectului. Fezabilitatea separării direcțiilor este verificată la căutarea secțiunilor de probă ale obiectului, prin obstrucționarea direcțiilor candidate.

Geometria obiectului este dependentă de perechea aleasă de direcții separate și de numărul de cavități necesare. Problema stabilirii *perechii direcțiilor separate* este de fapt, condiția pentru definirea rigidității cavității.

Suprafața este rigidă de-a lungul direcției dacă toată suprafața nu conține nici o subtăiere. Această condiție este satisfăcută de suprafețele iluminate de raze paralele, dacă suprafața este vizibilă din toate direcțiile.

Se definesc în secțiunea următoare relațiile între rigiditate și vizibilitate. Prin dezvoltarea hărții vizibilității în spațiul Gaussian, problema este transformată la cazul particular al rezolvării acoperirii maxime a poligonului sferic.

3.9. Vizibilitate și rigiditate

Fiind dat un obiect Ω și un punct p aflat pe conturul obiectului, obiectul Ω este *vizibil* în punctul exterior q , dacă nici o parte a segmentului de dreaptă pq nu este în interior.

Extinzând noțiunea vizibilității punctelor, o suprafață S de pe Ω este *complet vizibilă* în punctul exterior q , dacă orice punct al suprafeței S este vizibil din q ; suprafața S este *parțial vizibilă* din q dacă cel puțin un punct de pe S este vizibil în q suprafața S nu este vizibilă în q dacă nici un punct al suprafeței S nu este vizibil în q .

Vizibilitatea suprafeței din orice direcție poate fi definită direct, printr-un proces limitat. Dacă punctul q este mutat departe de S (aproape de infinit), segmentele de dreaptă ce unesc punctele de pe suprafața S și punctul q sunt aproape paralele. În geometria proiectivă, direcția d este un punct situat la infinit și punctele suprafeței S la care ajung razele pe direcția d sunt segmente de dreaptă ce unesc la infinit punctul d și punctele suprafeței. Astfel, suprafața are două nivele de vizibilitate care respectă direcțiile vederii [13], [39], [41], [42].

Definiția 1 (vizibilitate completă): Suprafața S a obiectului poligonal Ω este vizibilă complet pe direcția de vedere d dacă, pentru orice punct p al suprafeței S , raza ce pornește de la infinit la p pe direcția d nu intersectează interiorul obiectului Ω .

Definiția 2 (vizibilitate parțială): Suprafața S a obiectului poligonal Ω este vizibilă parțial pe direcția de vedere d dacă există cel puțin un punct p pe suprafața S astfel încât raza de la infinit la p pe direcția d nu intersectează interiorul obiectului Ω .

Dacă suprafața este complet vizibilă pe direcția de vedere, atunci este și parțial vizibilă pe aceeași direcție.

Se desemnează R ca fiind setul tuturor razelor ce formează traiectorii ale punctelor de pe S . Apoi S este mutat spre cavitate cu respectarea condiției ca nici o rază din R să nu o intersecteze. Această condiție pentru rigiditate a suprafeței S de-a lungul direcției de separare d , coincide cu condiția pentru vizibilitate completă a suprafeței S pe direcția de vedere d . Astfel, se obține pentru fiecare suprafață, setul corespunzător al direcțiilor de vedere pentru care suprafața este complet vizibilă, problema putând fi rezolvată prin selectarea

unei perechi de direcții opuse ce maximizează numărul suprafețelor care sunt complet vizibile pentru perechea aleasă de direcții de vedere.

Vizibilitatea completă a suprafeței poate fi deteriorată datorită *interferențelor locale* ale părților aceleiași suprafețe sau a *interferențelor globale* ale diferitelor suprafețe ale obiectului. Setul direcțiilor de vedere pentru care vizibilitatea suprafeței este independentă de orice interferență locală poate fi calculat și reprezentat prin regiuni convexe sferice ce apelează *harta vizibilității* suprafeței.

Harta suprafeței se obține ca o unitate sferică, prin translația normalei din orice punct al suprafeței spre origine și apoi intersectând-o cu unitatea sferică centrată în origine.

Acest proces dezvoltat de Gauss, poartă denumirea de *trasare Gaussiană* și reprezentarea sferică a suprafeței astfel obținută este denumită *hartă Gaussiană* (sau *hartă G*) a suprafeței. *Harta G* a poliedrului constă dintr-un număr finit de puncte sferice, pe când *harta G* a unei suprafețe curbe este o regiune sferică.

Local, un punct al suprafeței este vizibil pentru mai mult decât o singură direcție de vedere. Fie n normala și T planul tangent în punctul p la suprafața S . Punctul p este vizibil din toate direcțiile până la emisferă, cu n existând la "polul nord" și T existând ca plan "ecuatorial". Există multe puncte ale suprafeței, pentru care toată suprafața este vizibilă local. Rezultă o regiune sferică convexă denumită *harta vizibilității* suprafeței (sau *harta V*).

Orice punct al *hărții V* are drept corespondent direcția pentru care toată suprafața este vizibilă local. Se intuiește faptul că pentru multe suprafețe ce sunt complicate, *harta G* este mare și *harta V* este mică. Această "inversare" a relațiilor dintre cele două hărți este ilustrată în punctele sferice duale. Există situații în care *harta V* poate fi goală. *Harta V* a suprafeței poate fi calculată prin intersectarea unui set n de emisfere ce corespund unor puncte simple n ale suprafeței cu vizibilitate locală.

3.10. Interferențe globale și cavități (adâncituri)

Suprafețele obiectelor convexe nu suferă interferențe globale. Totuși, nu toate obiectele (și în particular, suprafețele) sunt convexe. Noțiunea de *cavitate* este utilizată pentru determinarea interferențelor globale.

Se notează cu $CH(\Omega)$ înfășurătoarea convexă a obiectului Ω .

Dacă suprafața S a obiectului Ω face parte din $CH(\Omega)$, atunci suprafața S este complet vizibilă.

Se notează cu P_1, P_2, \dots, P_m setul de poliedre (poligoane) rezultate din regularizarea dintre $CH(\Omega)$ și Ω .

Fiecare poligon P_i este apelat de conturul cavității lui Ω și este alcătuit din două tipuri de suprafețe: cele care fac parte din $CH(\Omega)$ dar nu și din Ω și invers. Prima suprafață ce se obține este calota suprafeței, calota acoperind adâncitura (cavitatea) care formează mai târziu tipul suprafeței, denumită suprafață adâncă.

Se notează cu:

- *calotă*(P_i): calota suprafețelor P_i ,
- *cavitate*(P_i): cavitatea suprafețelor P_i .

Se consideră un obiect care are înfășurătoarea convexă și pentru care conturul cavității și adânciturile sunt cunoscute. Vizibilitatea punctelor din interiorul adânciturii poate fi considerată independentă de alte cavități.

Dacă vizibilitatea unui punct p din interiorul adânciturii P_i pe direcția de vedere d nu interferează cu nici o suprafață inclusă în cavitatea (P_i), atunci punctul p este vizibil pe direcția de vedere d .

Fie q prima intersecție punctiformă a razei emise din punctul p pe direcția $-d$ cu suprafețele din interiorul adânciturii P_1, P_2, \dots, P_m . Punctul q se află pe P_i . Dacă punctul q este pe suprafața $P_j, j \neq i$, atunci segmentul de dreaptă L poate fi construit constituind legătura între P_i și P_j . Aceste contradicții fac ca P_i și P_j să fie disjuncte.

Dacă q aparține suprafeței S din cavitate, atunci vizibilitatea lui p este blocată de adâncitura suprafeței S . Altfel, dacă q aparține zonei „calotă (P_i)”, prin construcție q este vizibil pe direcția de vedere d . Astfel, p este vizibil pe direcția de vedere d .

Când Ω este un obiect poligonal cu n laturi, marginea convexă $CH(\Omega)$ poate fi calculată și se poate determina regularizarea diferențelor dintre $CH(\Omega)$ și Ω . Se poate identifica complet setul cavităților.

Setul direcțiilor pentru fiecare cavitate care este complet vizibilă și astfel rigidizată, este furnizat de *harta* V a suprafeței, care se poate calcula prin descompunerea *hărții vizibilității*.

Se caută perechile opuse de direcții similare care minimizează numărul miezurilor. Anterior, a fost descris setul de cavități $P = P_1, P_2, \dots, P_m$ extrase pentru obiectul Ω , unde $P_i = \text{cavitate}(P_i)$.

Se notează cu $VM = \{ VM(P_1), VM(P_2), \dots, VM(P_m) \}$. Acesta desemnează corespondența hărții vizibilității, care se presupune că nu este goală.

Pentru perechea de direcții opuse d și $-d$, P poate fi descompus în trei submulțimi, P^+, P^- și P^0 , care constau din acele suprafețe complet vizibile de pe d , cele complet vizibile de pe $-d$ și cele care nu sunt complet vizibile de pe nici o direcție d sau $-d$:

$$(3.7.) \quad d \in \bigcap VM(P_i), \\ \text{și } d \in \bigcap VM(P_i)$$

Împreună, d și $-d$ separă direcțiile în submulțimile P^+ și P^- care se pot încorpora în cavitate, iar submulțimea P^0 indică numărul cavităților necesare. Aceasta sugerează modul în care se determină numărul cavităților, ținându-se cont de numărul submulțimilor P^0 .

Harta V conține poligoane sferice convexe, iar perechea direcțiilor opuse poate fi reprezentată ca *puncte diametral opuse*.

Două puncte sferice p și q sunt *diametral opuse* dacă $q = -p$. Punctul q este denumit *opusul* lui p și invers.

Problema se poate reformula ca fiind problema învelișului poligonului sferic. Orice punct p aflat la intersecția poligoanelor sferice ($V_1 \cap V_2 \cap V_3$) indică direcția ce corespunde suprafețelor (S_1, S_2 și S_3) complet vizibile, problema devenind cea a perechii de puncte diametral opuse care cuprind între ele numărul maxim de puncte al *hărții* V .

Suprafețele corespunzătoare *hărții* V nu conțin perechi de puncte care să dăuneze necesarului de miezuri.

Pentru un set de poligoane sferice convexe V_1, V_2, \dots, V_m , se impune găsirea perechii de puncte diametral opuse p și $-p$ care maximizează numărul V_i ce conține fiecare p sau $-p$.

Fie V setul poligoanelor sferice convexe.

Copia setului de poligoane sferice convexe $-V$ constituie *opusul* setului V introdus (V este un poligon sferic având k laturi, notate p_1, p_2, \dots, p_k , în această ordine). Atunci, opusul lui V este un alt poligon sferic ($-V$) cu laturile q_1, q_2, \dots, q_k în această ordine, unde q_i este diametral opus lui p_i .

Dacă punctul p constituie intersecția poligoanelor sferice convexe V_i și $-V_j$, atunci punctul p ce aparține de V_i este diametral opus lui $-q$ ce aparține de V_j .

Aceste observații conduc la formularea alternativă a problemei cavităților.

Pentru setul poligoanelor sferice convexe $V_1, V_2, \dots, V_m, -V_1, -V_2, \dots, -V_m$, se impune găsirea punctului p care maximizează numărul poligoanelor care îl conțin pe p .

Problema poate fi rezolvată prin calcularea maximului punctului, partiția sferică fiind determinată direct de setul de poligoane dat. Fiecărui punct p al sferei i se poate asigura un *vector proprietar* $u(p)$ unde:

$$(3.8) \quad [u(p) = (u_1(p), u_2(p), \dots, u_m(p))]$$

sau:

$$(3.9) \quad u(p) = \begin{cases} 1 \\ -1 \\ 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} p \in V \\ p \in -V \\ \end{array}$$

Vectorul $u(p)$ astfel definit, reprezintă urmele trasate pe poligon de către p . Două puncte p și q sunt echivalente dacă $u(p) = u(q)$. În acest caz, o *celulă* a partiției spațiului bidimensional (2D) este legată de submulțimea punctelor echivalente. Vectorul care descrie elementul K este același pentru toate punctele din interiorul lui K :

$$(3.10) \quad u(K) = u(p), \quad \text{pentru orice } p \in K.$$

Două celule adiacente și vectorii proprietari ai acestora diferă printr-un singur element: poligonul ale cărui margini separă cele două celule. Dacă se obține vectorul care descrie o celulă, vectorul celeilalte celule poate fi obținut direct, prin propagarea relațiilor adiacente dintre ele.

Poligonul acoperit de celule înscrie în vectorul său ca pe o proprietate, maximul punctelor găsite la traversarea celulelor partiției și selectează punctul celulei K care maximizează valoarea $|u(K)|$, unde:

$$(3.11.) \quad |u(K)| = \sum_{i=1}^m |u_i(K)|$$

#

Pașii parcurși de algoritm sunt prezentați în continuare. Se notează cu n_i numărul punctelor de întâlnire a laturilor poligonului convex V_i .

Selectarea direcțiilor de separare utilizând acoperirea poligonului sferic pe baza algoritmului este testată pentru un obiect cu patru cavități S_1, S_2, S_3 și S_4 , cărora le corespund hărțile V : V_1, V_2, V_3 și V_4 , unde V_1 și V_2 sunt sferuri de sfere Gaussiene, V_3 este un paralelogram și V_4 constă dintr-un punct aflat la polul sudic.

Partiția sferică indusă de poligoanele sferice $V_1, V_2, V_4, V_5, -V_1, -V_2, V_3, -V_4$ este în punctul maxim al intersecției lui V_1, V_2 și $-V_4$.

Alegând d' și opusul acestuia - d' pentru separarea direcțiilor, suprafețele S_1, S_2 și S_3 pot fi incorporate în interiorul machetei, pentru suprafața S_4 fiind necesară reprezentarea cavității.

Pentru un punct al învelișului poligonului sferic, algoritmul raportează primul maxim ce corespunde punctului de pe înveliș care este intersectat de partiția sferică în timpul traversării.

Complexitatea algoritmului poate fi îmbunătățită prin determinarea separației optime a direcțiilor pentru un obiect cu m adâncituri și n puncte de întâlnire a laturilor.

Algoritm pentru acoperirea poligoanelor sferice laterale diametral opuse:

Intrări: setul poligoanelor $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m, -V_1, -V_2, \dots, -V_m\}$;

Ieșiri: Punctul p care maximizează numărul poligoanelor conținute în machetă;

- (1) Calcularea partițiilor sferice induse de poligoanele V
- (2) Selectarea înfășurării maxime a punctului p

Calcularea vectorului proprietar $u(K)$ pentru o celulă arbitrar aleasă K_0 .

$$\begin{aligned} \max_vector &\leftarrow u(K_0), \max_celula_înfasurata \leftarrow K_0 \\ K &\leftarrow K_0, u(K) \leftarrow u(K_0) \end{aligned}$$

Prezentarea adâncimii primei căutări a partiției pentru fiecare celulă $K^{\sim} \neq K_0$

Calcularea lui $u(K^{\sim})$ prin actualizarea lui $u(K)$.

$$\begin{aligned} \text{dacă } |\max_vector| &< u(K^{\sim}) \text{ atunci} \\ \max_vector &\leftarrow u(K^{\sim}) \\ \max_celula_înfasurata &\leftarrow K^{\sim} \\ K &\leftarrow K^{\sim}, u(K) \leftarrow u(K^{\sim}) \\ p &\leftarrow \text{punct.din.max_celula_înfasurata} \\ \text{Iesire.p.} \end{aligned}$$

Timpul dezvoltat de algoritmul alocat tuturor cavităților este mare.

Nu sunt explicite stările asignate înălțimilor w ale adânciturilor ce stau la baza complexității geometrice.

Algoritmul poate fi modificat astfel încât, în locul minimizării, pentru toate direcțiile posibile d , valoarea $|u(d)|$ să fie egală cu suma valorilor individuale $u_i(d)$

:

$$(3.12.) |u(d)| = \sum_{i=1, n} u_i(d) w_i$$

Complexitatea nu este afectată de aceste modificări. De altfel, cavitatea utilizează o *hartă V* goală și nu este complet vizibilă pentru nici o direcție.

Oricum, pentru subdivizarea adânciturilor se utilizează goluri care pot fi complet eliminate. Algoritmul constă în subdivizarea adânciturilor și invocă noțiunea de vizibilitate parțială.

4. SISTEME DE COORDONATE ȘI PROIECȚII

În diverse aplicații (robotică, proiectare inginerescă, simulatoare etc.), precizarea poziției unor anumite puncte în spațiu se face printr-un triplet de coordonate impuse de natura aplicației și care nu sunt întotdeauna coordonatele carteziene. Se utilizează în mod frecvent sistemele de coordonate cilindrice și sferice.

Deoarece rutinele grafice folosesc în general precizarea poziției punctelor în coordonate carteziene, se prezintă în continuare relațiile de trecere reciprocă între diferitele sisteme de coordonare.

4.1. Coordonate carteziene ortogonale

Cu ajutorul sistemului de coordonate se evidențiază legătura dintre un anumit punct și ecuația numerică a poziției sale. Pentru determinarea sistemului cartezian, se alege drept origine un punct în spațiu. Pentru aceasta se construiește un sistem format din 3 axe perpendiculare două câte două între ele. Acestea se numesc *axe de coordonate* și se notează în general cu Ox , Oy , Oz , denumirile lor cel mai des întâlnite fiind de: *axa absciselor*, *axa ordonatelor* și *axa cotelor*. Acestea formează un triedru. Fețele triedrului sunt planele de coordonate xOy , yOz și xOz . Cele 3 plane de coordonate împart spațiul în opt regiuni, numite *octante* [13].

Vectorii axelor de coordonate sunt i pe axa Ox , j pe axa Oy , k pe axa Oz . Acești vectori orientează fiecare axă de coordonate și deci orientează sistemul de coordonate.

Partea axei de coordonate care începe în origine și are direcția vectorului se numește *axa pozitivă*, cealaltă parte se numește *axa negativă*. Două axe pozitive determină un cadran principal, iar cele trei cadrane principale determină octantul principal.

Fiind dat un sistem de coordonate carteziene, oricărui punct din spațiu i se poate asocia un triplet de numere și invers, oricărui triplet de numere un punct. Cele trei numere care se asociază punctului, se numesc coordonatele carteziene ale punctului.

Pentru a stabili coordonatele unui punct P se duc perpendicularele din punct pe cele trei axe și se măsoară lungimile orientate ale proiecțiilor în unități egale cu lungimea vectorului. Valorile obținute sunt coordonatele x , y , z ale lui P , care se folosesc și în notația vectorială.

Pornind din origine, vectorul $r = xi + yj + zk$ are vârful în P . Lungimea lui este distanța de la origine la punct.

4.2. Coordonate cilindrice

Poziția unui punct M se specifică în coordonate cilindrice prin precizarea cotei Z_M , a razei r_M și a unghiului θ_M , cu precizarea că $Z_M \in (-\infty, \infty)$, $r_M \in [0, \infty)$, $\theta_M \in [0, 2\pi]$.

Trecerea din coordonate carteziene în coordonate cilindrice se face prin relațiile:

$$(4.1.) \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$(4.2.) \theta = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & (\text{pentru } x = 0, z > 0) \\ \frac{3\pi}{2} & (\text{pentru } x = 0, y < 0) \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + k\pi & (\text{pentru } x \neq 0) \end{cases}$$

unde: $k=0$, pentru $x>0, y>0$
 $k=1$, pentru $x<0$
 $k=2$, pentru $x>0, y<0$

Trecerea inversa se face prin relațiile:

$$(4.3.) \begin{aligned} x &= r \cdot \cos \theta \\ y &= r \cdot \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$$

4.3. Coordonate sferice

Poziția unui punct M se specifică în coordonate sferice prin precizarea razei r_M , a unghiului φ_M (latitudine) și a unghiului θ_M (longitudine) cu observația că:

$$(4.4.) \begin{aligned} r &\in [0, \infty), \\ \theta &\in [0, 2\pi), \\ \varphi &\in -\left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

Trecerea din coordonate carteziane în coordonate sferice se face folosind relațiile:

$$(4.5.) r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$(4.6.) \theta = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & (\text{pentru } x = 0, y > 0) \\ \frac{3\pi}{2} & (\text{pentru } x = 0, y < 0) \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + k\pi & (\text{pentru } x \neq 0) \end{cases}$$

unde: $k=0$, pentru $x>0, y>0$
 $k=1$, pentru $x<0$
 $k=2$, pentru $x>0, y<0$

$$(4.7.) \varphi = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & (\text{pentru } x^2 + y^2 = 0, z < 0) \\ \frac{\pi}{2} & (\text{pentru } x + y = 0, z > 0) \\ \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (\text{pentru } x^2 + y^2 \neq 0) \end{cases}$$

Trecerea inversă se face folosind relațiile:

$$(4.8.) \quad \begin{aligned} x &= r \cos \varphi \cos \theta \\ y &= r \cos \varphi \sin \theta \\ z &= r \sin \varphi \end{aligned}$$

4.4. Transformări 3D

Manipularea și modificarea obiectelor tridimensionale se pot reduce, în limitele unor erori acceptabile, la transformarea coordonatelor unui sistem de puncte geometrice.

Pentru modificarea locală a formei unui obiect, se recurge la schimbarea coordonatelor unei anumite mulțimi de puncte din sistem, aceasta făcându-se, de obicei, prin înlocuirea directă pe baza datelor introduse (de exemplu, de la tastatură).

Pentru a putea vizualiza un obiect în diverse poziții, la diferite distanțe față de observator și pentru a-l modifica parțial sau în întregime după o anumită lege, se folosesc transformările globale tridimensionale (3D) cum ar fi: translația, rotația, mărirea sau micșorarea la scară, simetria etc.

4.4.1. Translația

Se folosesc trei metode pentru a efectua translația unui sistem de puncte:

- Specificarea deplasărilor pe direcția fiecărei axe de coordonate.
- Specificarea direcției de deplasare și a valorii deplasării.
- Specificarea punctului din spațiu în care este transpus un anumit punct din sistem prin translația dată.

Prima metodă este și cea mai uzuală. Dacă se dorește deplasarea unui sistem de puncte $M_i (i = 1, n)$ prin translație, se precizează 3 valori:

- d_x (deplasarea pe axa Ox);
- d_y (deplasarea pe axa Oy);
- d_z (deplasarea pe axa Oz).

Valorile pot fi pozitive sau negative.

Distanța pe care s-a făcut deplasarea este:

$$(4.9.) \quad D = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}$$

Coordonatele punctelor din sistem în reperul $xOyz$ după translație, se calculează cu relațiile:

$$(4.10.) \quad \begin{aligned} x'_i &= x_i + d_x \\ y'_i &= y_i + d_y \\ z'_i &= z_i + d_z \end{aligned}$$

În cazul celei de-a doua metode, se specifică direcția de deplasare (și sensul acesteia) prin vectorul $\vec{d} = a.\vec{i} + b.\vec{j} + c.\vec{k}$ și valoarea deplasării D . Calculele pot fi reduse la cele din cazul primei metode, determinând mai întâi:

$$(4.11.) \quad d = |\vec{d}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$(4.12.) \quad d_x = D \cdot \frac{a}{d}$$

$$(4.13.) \quad d_y = D \cdot \frac{b}{d}$$

$$(4.14.) \quad d_z = D \cdot \frac{c}{d}$$

Se aplică apoi relația (4.10.).

Cea de-a treia metodă presupune că pentru un punct M_j unde $j = \overline{1, n}$ din sistem, se specifică imaginea sa M'_j prin translație.

Cunoscând x_j, y_j, z_j și respectiv x'_j, y'_j, z'_j se calculează:

$$(4.15.) \quad d_x = x'_j - x_j$$

$$d_y = y'_j - y_j$$

$$d_z = z'_j - z_j$$

Apoi se aplică relația (4.10.).

4.4.2. Rotația

Rotația oarecare a unui sistem de puncte se poate descompune în cel mult trei rotații elementare, maxim câte una după fiecare axă a unui reper triortogonal.

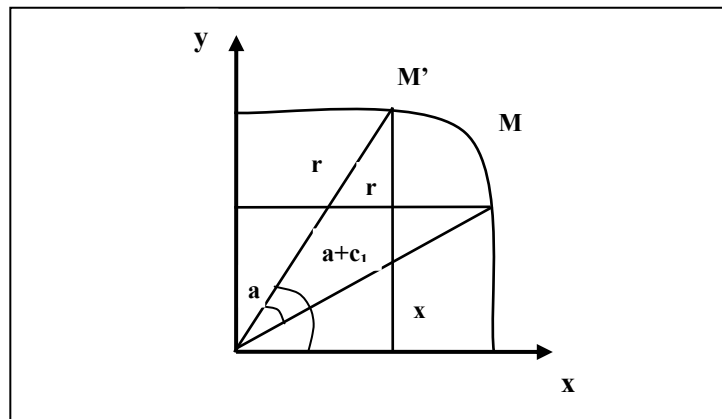


Figura 4.1. Rotația cu unghi orientat

Evident, considerând coordonatele punctelor relative la un sistem dat, o rotație a sistemului de puncte este echivalentă cu o rotație în sens contrar a sistemului de axe de coordonate. Având în vedere faptul că o rotație tridimensională se poate descompune în rotații plane, se consideră un punct $M(x, y, z)$ situat în planul xOy . Se presupune că se rotește punctul cu unghiul α_1 în sens trigonometric în jurul originii, în planul xOy (axă de rotație Oz). La orice rotație, OM rămâne constant (este raza de rotație).

Se notează: $OM = OM' = r$.

Pentru poziția inițială, \overline{OM} face unghiul α cu Ox . α

Se poate scrie:

$$(4.16.) \quad x = r \cdot \cos \alpha, \quad y = r \cdot \sin \alpha$$

După rotația cu unghiul orientat c_1 , coordonatele punctului M' se scriu:

$$(4.17.) \quad \begin{aligned} x' &= r \cdot \cos(\alpha + c_1) \\ y' &= r \cdot \sin(\alpha + c_1) \end{aligned}$$

sau dezvoltat:

$$(4.18.) \quad \begin{aligned} x' &= r \cdot \cos \alpha \cos c_1 - r \cdot \sin \alpha \sin c_1 \\ y' &= r \cdot \sin \alpha \cos c_1 + r \cdot \cos \alpha \sin c_1 \end{aligned}$$

Relațiile anterioare devin:

$$(4.19.) \quad \begin{cases} x' = x \cdot \cos c_1 - y \cdot \sin c_1 \\ y' = y \cdot \cos c_1 + x \cdot \sin c_1 \end{cases}$$

sau

$$(4.20.) \quad \begin{cases} x' = x \cdot \cos c_1 - y \cdot \sin c_1 \\ y' = x \cdot \sin c_1 + y \cdot \cos c_1 \end{cases}$$

Cum Oz este axă de rotație, evident z este invariant, se poate scrie:

$$(4.21.) \quad \begin{cases} x' = x \cdot \cos c_1 - y \cdot \sin c_1 \\ y' = x \cdot \sin c_1 + y \cdot \cos c_1 \\ z' = z \end{cases}$$

$$(4.22.) \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos c_1 & -\sin c_1 & 0 \\ \sin c_1 & \cos c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \cdot R_{(Oz)}$$

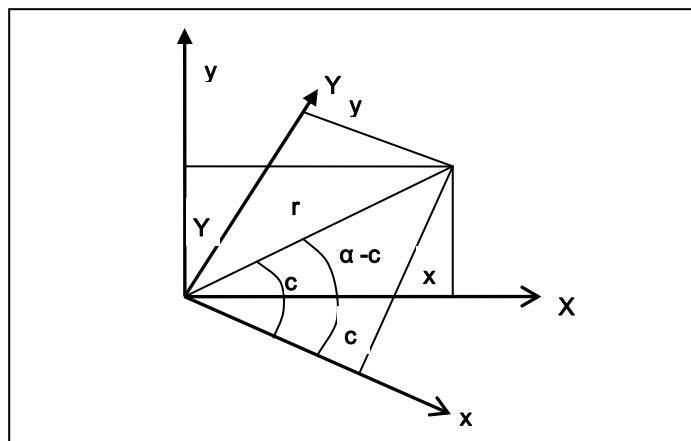


Figura 4.2. Rotația în sensul sistemului de coordonate

Dacă se consideră o rotație în același sens a sistemului de coordonate, ca în Figura 4.2., relațiile pentru determinarea coordonatelor punctului M' devin:

$$(4.23.) \quad \begin{aligned} x' &= r \cdot \cos(\alpha - c) \\ y' &= r \cdot \sin(\alpha - c) \end{aligned}$$

sau, dezvoltat:

$$(4.24.) \quad \begin{aligned} x' &= x \cdot \cos c + y \cdot \sin c \\ y' &= -x \cdot \sin c + y \cdot \cos c \end{aligned}$$

$$(4.25.) \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos c & \sin c & 0 \\ -\sin c & \cos c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Acestea sunt echivalente, ținând cont de faptul că: $c = -c_1$.

Se consideră de obicei pozitive rotațiile care au sens trigonometric în plan, fiind privite în sens contrar celei de-a 3-a axe a sistemului de referință.

Analog pentru rotațiile în jurul axelor Ox, respectiv Oy se obțin formulele:

$$(4.26.) \quad \begin{cases} x' = x \\ y' = y \cdot \cos \alpha + z \cdot \sin \alpha \\ z' = -y \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

sau

$$(4.27.) \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \cdot R_{(O_x)}$$

$$(4.28.) \quad \begin{cases} x' = -z \cdot \sin b + x \cdot \cos b \\ y' = y \\ z' = z \cdot \cos b + x \cdot \sin b \end{cases}$$

sau

$$(4.29.) \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos b & 0 & -\sin b \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin b & 0 & \cos b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \cdot R_{(O_y)}$$

Pentru a calcula coordonatele punctului $M(x,y,z)$ după o rotație rezultată prin compunerea a trei rotații cu unghiurile a după axa Ox, b după Oy și c după Oz (în această ordine), considerând că reperul triortogonal este cel care se rotește, se obțin relațiile:

$$(4.30.)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos c & \sin c & 0 \\ -\sin c & \cos c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos b & 0 & -\sin b \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin b & 0 & \cos b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & \sin a \\ 0 & -\sin a & \cos a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

sau

(4.31.)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos c \cos b & (\sin c \cos a + \cos c \sin b \sin a) & (\sin c \sin a - \cos c \sin b \cos a) \\ -\sin c \cos b & (\cos c \cos a - \sin a \sin b \sin c) & (\cos c \sin a + \sin c \sin b \cos a) \\ \sin b & -\cos c \sin a & \cos b \cos a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Adica:

$$(4.32.) [C']=[R] \cdot [C]$$

unde $[C']$ și $[C]$ sunt vectori de coordonate, iar $[R]$ poartă numele de matrice de rotație.

Deoarece $[R]$ se obține ca produs de matrici, iar acesta este necomutativ, rezultă că pentru un set de valori dat (a,b,c) , rotația este complet definită numai atunci când se cunoaște ordinea în care se aplică rotațiile după cele 3 axe. În anumite situații, două dintre axele reperului pot să nu fie ortogonale.

Trecerea între două astfel de repere se face după relațiile:

$$(4.33.) x' = \frac{x \cdot \sin \beta - y \cdot \sin(\theta - \beta)}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$y' = \frac{y \cdot \sin(\theta - \beta) - x \cdot \sin \alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$z' = z$$

și trecerea inversă:

$$(4.34.) x = \frac{x' \cdot \sin(\theta - \alpha) + y' \cdot \sin(\theta - \beta)}{\sin \theta}$$

$$y' = \frac{x' \cdot \sin \alpha + y' \cdot \sin \beta}{\sin \theta}$$

$$z' = z$$

Dacă unul dintre repere $(x'Oy'z')$ este triortogonal, $\beta - \alpha = 90^\circ$ și $\sin 90^\circ = 1$, atunci relațiile devin:

$$(4.35.) \begin{aligned} x' &= x \cdot \sin \beta - y \cdot \sin(\theta - \beta) \\ y' &= y \cdot \sin(\theta - \alpha) - x \cdot \sin \alpha \\ z' &= z \end{aligned}$$

Pentru o serie de aplicații, este preferabil să se precizeze rotația unui corp prin unghiurile lui Euler.

Fiind date poziția inițială a sistemului de referință $(xOyz)$ și poziția finală a acestuia $(x''Oy''z'')$, se determină:

- axa $Ox' \equiv Ox''$ (numită și "axa nodurilor") ca intersecție a planelor $x''Oy''$, xOy , $y''Oz''$ și xOy .
- axa Oy'' (astfel încât $x''Oy''z''$ să fie triedru drept);
- axa Oy' (astfel încât $x'Oy'z'$ să fie triedru drept).

Se observă că $Ox' \equiv Ox''$, $Oz \equiv Oz'$ și $Oz'' \equiv Oz'''$.

Unghiul xOx' (ϕ) poartă numele de *unghi de precesie*. Unghiul zOz''' (θ) poartă numele de *unghi de mutație*. Unghiul $x''Ox'''$ (φ) poartă numele de *unghi de rotație proprie*. Semnul unghiurilor ϕ , θ și φ se consideră pozitiv atunci când rotațiile au sens trigonometric dacă sunt privite de pe axa invariantă la rotația respectivă, în sens contrar axei.

4.4.3. Matricea de transformare 3D

Transformările prezentate anterior (translația, rotația, scalarea, simetria) pot fi scrise în mod generalizat sub forma:

$$[C'] = [M_{3D}] \cdot [C]$$

unde $[C']$ este vectorul coloană al coordonatelor după transformare, $[C]$ este vectorul coordonatelor inițiale, iar $[M_{3D}]$ este matricea de transformare 3D.

Pentru a putea exprima toate transformările sub această formă, se folosesc coordonatele omogene.

Pentru un punct dat $M(x, y, z)$, vectorul $[C]$ are forma normală $(x, y, z, 1)$, 1 fiind așa numita "normă dimensională".

Relațiile prezentate anterior se scriu sub forma:

$$(4.36.) \text{ Translația: } \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

(4.37.) Rotațiile

$$\text{-după } O_z \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos c & \sin c & 0 & 0 \\ -\sin c & \cos c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{-după } O_y \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos b & 0 & \sin b & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin b & 0 & \cos b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{-după } O_x \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & \sin a & 0 \\ 0 & -\sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

-după toate 3 axele:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos c \cos b & (\sin c \cos a + \cos c \sin b \sin a) & (\sin c \sin a - \cos c \sin b \cos a) & 0 \\ -\sin c \cos b & (\cos c \cos a - \sin a \sin b \sin c) & (\cos c \sin a + \sin c \sin b \cos a) & 0 \\ \sin b & -\cos c \sin a & \cos b \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

(4.38.) Scalarea:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Aceasta este $[D_{3d}]$

(4.39.) Simetria:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fsx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & fsy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & fsz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Aceasta este $[S_{3D}]$, unde sz , sy și sz sunt 1 sau -1, funcție de tipul simetriei alese.

O transformare complexă 3D se poate obține prin compunerea celor 4 transformări:

$$(4.40.) \quad [C'] = [M_{3D}] \cdot [C]$$

$$(4.41.) \quad [C'] = [T_{3D}] \cdot [S_{3D}] \cdot [D_{3D}] \cdot [R_{3D}] \cdot [C]$$

Se pot aplica și alte transformări 3D sistemelor de puncte, pentru a ușura procesul de reprezentare în plan.

4.5. Proiecții și transformări

În general, proiecțiile sunt aplicații care duc puncte din spații cu n dimensiuni în spații cu mai puține dimensiuni. Aceste tehnici interesează în mod deosebit reprezentarea corpurilor tridimensionale în plan, transformare prin care în grafica de sinteză pe calculator ia naștere imaginea propriu-zisă a obiectului pe ecranul monitorului.

Prin proiecții se încearcă simularea mecanismul vederii.

În aplicațiile cu caracter grafic sunt des folosite două tipuri de proiecție: *proiecția paralelă* și *proiecția perspectivă*. Ecranul pe care se formează imaginea este plan, de aceea aceste proiecții se mai numesc și proiecții geometrice plane.

Pentru ambele tipuri de proiecție, imaginea bidimensională a unui obiect tridimensional se formează ducând drepte (*drepte de proiecție*) dintr-un punct numit *centru de proiecție* prin fiecare punct al obiectului și reținând intersecțiile fiecăreia cu ecranul. Pentru proiecția paralelă, centrul de proiecție se află la infinit, ceea ce face ca dreptele de proiecție să fie paralele. Pentru a defini o proiecție paralelă se precizează direcția de proiecție.

Proiecția perspectivă se definește prin precizarea poziției centrului de proiecție.

4.5.1. Proiecții paralele

După direcția de proiecție relativă la planul de proiecție, se disting două tipuri de proiecții paralele:

- *proiecția ortografică paralelă* - pentru care direcția de proiecție coincide cu normala la planul de proiecție;
- *proiecția oblică* - pentru care direcția de proiecție diferă de normala la planul de proiecție.

Proiecția ortogonală paralelă (sau ortografică) este des folosită în desenul tehnic atunci când se execută reprezentări în cele trei vederi (elevație, plan, profil) ale unor obiecte.

Elevația, planul și profilul sunt proiecții în care planul de proiecție este perpendicular pe una dintre axele sistemului de referință în care a fost definit obiectul. Aceste proiecții păstrează distanțele și unghiurile.

Alte tipuri de proiecții ortogonale particulare sunt proiecțiile axonometrice, pentru care planul de proiecție nu este perpendicular pe o axă a sistemului de referință.

Un caz particular îl reprezintă *proiecția axonometrică izometrică* pentru care direcția de proiecție face unghiuri egale cu cele 3 axe ale sistemului de referință.

Aceste tipuri de proiecții păstrează paralelismul liniilor, dar denaturează unghiurile. Distanțele pot fi măsurate de-a lungul axelor sistemului de referință, ținând cont de un factor de scară pentru fiecare axă; în cazul proiecției izometrice, cei trei factori de scară sunt egali.

În practică, se efectuează operațiunea inversă: se calculează coordonatele punctelor unei scene față de reperele observatorului, apoi obiectul se proiectează cu distanța $z = 0$ (adâncimea nulă).

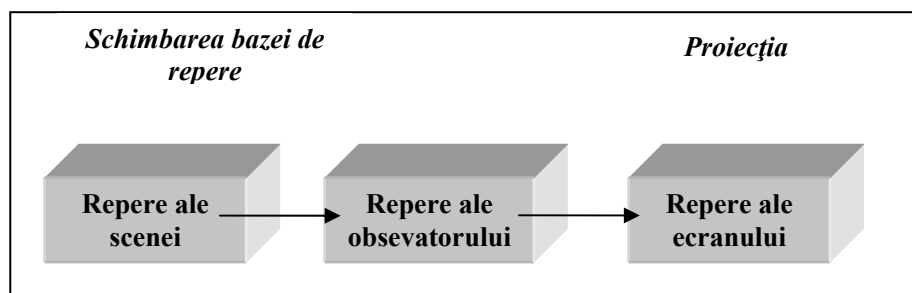


Figura 4.3. Fluxul practic al proiecției unui obiect 3D pe ecranul monitorului

4.5.2. Proiecții perspectivă

Proiecția perspectivă creează imagini similare celor obținute folosind tehnica fotografică, mult mai realiste decât imaginile obținute prin proiecția paralelă [31].

Aceasta prezintă însă dezavantajul de a deforma obiectele și de a denatura unghiurile și lungimile.

Datorită faptului că imaginile produse astfel sunt apropiate de cele reale, ele oferă informații asupra relațiilor 3D între elementele obiectului, precum și a vecinătăților sale, relații pe care o proiecție paralelă nu le distinge.

În proiecția perspectivă, liniile paralele între ele și neperalele cu planul de proiecție par convergente într-un punct numit "punct de fugă". Există o infinitate de puncte de fugă.

Dacă receptorul vizual este fix, atunci se pot observa toate obiectele situate în interiorul unui "con de vedere". Directoarea acestui con, situată într-un plan normal pe direcția de observare, este ușor eliptică, având o deschidere verticală de 15° și orizontală de 17° pentru vedere clară.

Pentru comoditate, în aplicațiile grafice pe calculator se înlocuiește conul de vedere cu o piramidă de vedere. Se presupune că observatorul privește lumea printr-o fereastră dreptunghiulară decupată într-un plan opac, situată la distanța d de observator.

4.5.3. Transformarea perspectivă. Transformarea de normalizare

Atunci când se construiește imaginea prin proiecție perspectivă a unui obiect tridimensional, se poate proceda în două moduri:

- se proiectează punctele $M_i(x, y, z)$ în $M'_i(q, w)$, q și w fiind stocați în memorie separat de x și y .
- se aplică o transformare 3D de tip "transformare perspectivă", care deformează obiectul astfel încât proiecția paralelă obținută să coincidă cu proiecția perspectivă a obiectului inițial; apoi se proiectează ortogonal obiectul obținut; în acest fel, imaginea va fi stocată în memorie prin chiar coordonatele x și y ale punctelor implicate, ceea ce duce la economie de memorie.

Metodele sunt puțin flexibile, deoarece:

- modificarea ulterioară a imaginii afectează și obiectul inițial;
- aplicarea rotației obiectului modificat duce la rezultate neconforme cu realitatea, deoarece produsul ($M_n \cdot M_{per}$) nu este cumulativ (M_{per} fiind matricea transformării perspectivă).

Transformarea perspectivă se descrie prin relația:

$$(4.41.) \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z_0}{z_0 - z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{z_0}{z_0 - z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

În funcție de specificul aplicației, se observă în permanență obiectul integral pe ecran sau se observă o variație dimensională corespunzătoare cu experiența vizuală, referitoare la deplasarea obiectului.

Se stabilesc coordonatele începutului intersecției:

$$(4.42) \quad E(u_E, v_E) : u_E = u + 1, v_E = v_0$$

astfel:

pornind de la u_0 și $v = v_0$, se calculează, pentru $v = v + 1$:

$$(4.43.) \quad u_{AB} = \text{INT} \left[0,5 + \frac{u_A - u_B}{v_A - v_B} (v - v_A) + u_A \right]$$

$$(4.44.) \quad u_{CD} = \text{INT} \left[0,5 + \frac{u_C - u_D}{v_C - v_D} (v - v_C) + u_C \right]$$

până când $u_{AB} \neq u_0$ sau $u_{CD} \neq u_0$.

Se stabilesc coordonatele sfârșitului intersecției:

$$(4.45.) \quad G(u_G, v_G) : u_G = u_0, v_G = v-1$$

Pornind de la u_0 și $v = v_0$, se calculează pentru $v = v-1$, u_{AB} și u_{CD} , folosind relațiile (4.43.) și (4.44.), până când $u_{AB} \neq u_0$ sau $u_{CD} \neq u_0$.

Se stabilesc coordonatele începutului intersecției:

$$(4.46.) \quad E(u_e, v_e) : u_e = u_0, v_e = v+1.$$

O tehnică des utilizată în prelucrarea reprezentărilor simple este transpunerea segmentelor pe ecran prin baleiere cu linii orizontale. Aceasta constă în reconstituirea liniilor orizontale de pixeli de pe ecran, iterativ, redând elementele din desen conținute în fiecare linie.

Algoritm pentru transpunerea poligoanelor

Se prezintă un exemplu: fiind dat un poligon prin coordonatele extremităților segmentelor care îl alcătuiesc (deci, prin coordonatele vârfurilor), trebuie determinate pentru fiecare linie de baleiaj care taie poligonul [26], [28], [31]:

- intersecțiile liniei de baleiaj cu laturile poligonului;
- pixelii interiori poligonului.

Pentru o linie oarecare de baleiaj cu cote întregi între v_{MIN} și v_{MAX} care taie poligonul se parcurg următoarele etape:

- (1) se caută intersecțiile cu toate laturile poligonului,
- (2) se ordonează intersecțiile în ordinea crescătoare a lui u ,
- (3) se "aprind" pixelii corespunzători imaginii dorite.

Dacă se dorește trasarea "marginilor" poligonului, se marchează numai pixelii din "interiorul" intersecțiilor.

Dacă se dorește "umplerea" poligonului, atunci se marchează pixelii dintre perechi succesive de intersecții.

Pentru a evita confuziile, atunci când linia de baleiaj trece printr-un vârf (maxim sau minim local), vârful se consideră intersecție dublă (câte o intersecție cu fiecare din laturile care se unesc în vârful respectiv).

De asemenea, dacă linia se suprapune cu un segment, se consideră că nu intersectează segmentul și astfel vor fi "aprinși" toți pixelii dintre extremitățile laturilor, care sunt intersecții determinate cu laturile adiacente.

Dacă linia de baleiaj trece printr-un vârf care nu este maxim sau minim local, atunci vârful se consideră o singură intersecție.

Se consideră în continuare cazul unui triunghi ABC care trebuie transpus pe ecran. Procesul decurge în modul următor:

- se calculează $v_{\text{MAX}} = \text{MAX}(v_A, v_B, v_C)$,
- se calculează $v_{\text{MIN}} = \text{MIN}(v_A, v_B, v_C)$,
- se baleiază poligonul cu v_{bal} luând valori de la v_{MIN} la v_{MAX} .

Pentru fiecare linie de baleiaj:

- se parcurg laturile triunghiului,

Pentru fiecare latură:

- se verifică dacă linia de baleiaj taie latura;

Dacă da:

- se calculează intersecția dintre latură și linia de baleiaj, reținând începutul și sfârșitul intersecției (E_i și G_i);

Se trece la următoarea latură.

- se calculează

$$u_{\min} = \text{MIN} (u_{E_i}, u_{G_i}, i = \overline{1,3})$$

și

$$u_{\max} = \text{MAX} (u_{E_i}, u_{G_i}, i = \overline{1,3})$$

Pentru u variind de la u_{\min} la u_{\max} :

- se "aprinde" pixelul de coordonate (u, v_{BAL}) ;
- se trece la următoarea valoare a lui u ;
- se trece la următoarea linie de baleiaj.

Dacă se dorește reprezentarea diferită a marginilor și interiorului, atunci se aplică:

- dacă u se află în una dintre intersecțiile $\overline{E_i G_i} = \overline{1,3}$, atunci:
- se aprinde pixelul (u, v_{BAL}) la valoarea corespunzătoare frontierei;
- se aprinde pixelul (u, v_{BAL}) la valoarea corespunzătoare interiorului triunghiului.

Acest algoritm poate fi aplicat (modificând numărul de laturi) pentru orice poligon convex. De obicei sunt folosite triunghiurile și patrulaterale convexe.

5. METODE DE REDARE GEOMETRICĂ A IMAGINII OBIECTELOR 3D

5.1. Tehnici de "umplere" a suprafețelor

O suprafață delimitată de un contur definit matematic, poate fi descrisă astfel:

- prin reprezentarea analitică a conturului său;
- printr-o listă de puncte caracteristice;
- prin lista punctelor formând conturul său.

Descrierea analitică a suprafeței este foarte rar folosită. Metoda prin care suprafața este descrisă printr-o listă de puncte caracteristice este cea mai utilizată, mai ales că orice suprafață poate fi aproximată cu un poligon (*Figura 5.1.*) [26], [42].

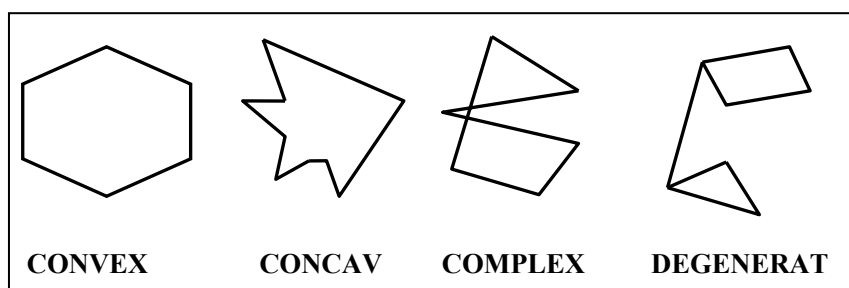


Figura 5.1. Tipuri de poligoane utilizate în aproximarea suprafețelor

Prezentarea unui algoritm natural de "umplere"

Cea mai simplă metodă de umplere a unui poligon constă în testarea condiției ca fiecare punct al ecranului să aparțină sau nu poligonului. Se poate testa de asemenea, apartenența unui punct la poligon, funcție de unghiul sub care acesta "vede" poligonul. Punctul este definit ca aparținând poligonului atunci când unghiul sub care acesta vizualizează conturul poligonului este "0".

Calculul unghiului se face folosind expresia:

$$(5.1.) \quad \begin{aligned} A \cdot B &= |A| \cdot |B| \cos \alpha; \\ A \wedge B &= |A| \cdot |B| \sin \alpha; \end{aligned}$$

Pentru a restrânge numărul punctelor care trebuie testate, se recomandă să se investigeze doar "cutia" care înglobează conturul poligonului respectiv și să se testeze doar punctele aflate în această "cutie" (*Figura 5.2.*).

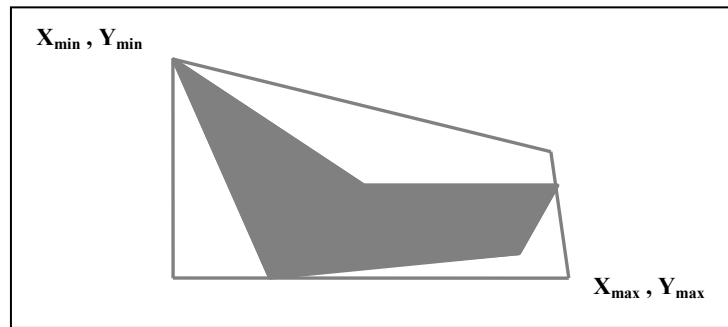


Figura 5.2. Definirea "cutiei" care înglobează conturul unei suprafețe

Prezentarea unui algoritm de "umplere" a suprafețelor prin inversiune

Conform acestui algoritm, trasarea unui poligon este urmată de inversarea tuturor punctelor situate la dreapta sa. În acest caz, "umplerea" evidențiază acele puncte care erau anterior afișate. În final, se obține inversul suprafeței delimitate de contur.

Pentru simplificarea activităților efective se recomandă următoarele:

- este suficientă consultarea memoriei ecranului pentru a cunoaște punctele care au fost afișate (iluminate);
- pentru simplificarea calculelor, se recomandă să se studieze doar punctele aflate în "cutia" care înglobează suprafața care trebuie umplută;
- punctele care interesează pot fi tratate conform *algoritmului Bresenham* pentru trasarea segmentelor reprezentative.

Prezentarea unui algoritm de "umplere" cu fanion

În algoritmul de umplere anterior, multe puncte sunt tratate de mai multe ori, ceea ce determină ca "umplerea" suprafețelor să ia mai mult timp, în plus, calculele nu se desfășoară direct în memoria monitorului, datorită efectului optic dezagreabil care ar putea fi provocat de inversiunea punctelor.

Algoritmul de umplere cu fanion propune utilizarea unui marcator pentru a memora trecerea unui punct din starea "iluminat" (interiorul poligonului) la starea de punct stins (exteriorul suprafeței).

Avantajul metodei constă în faptul că un punct este tratat o singură dată.

Prezentarea unui algoritm de "umplere" prin baleiere

Umplerea prin baleiere constă în studierea punctelor de frontieră care delimitează poligoanele de umplut. Aceste puncte se determină calculând intersecțiile extremelor cu liniile de baleiaj orizontal și vertical. Umplerea suprafețelor delimitate de poligoanele astfel determinate se face trasând segmentele definite de punctele de intersecție.

Prezentarea unui algoritm de "umplere" prin propagare

Această metodă constă în umplerea unei suprafețe definite prin conturul său și printr-un punct interior numit "germene" (acesta nu este ușor de calculat).

Umplerea se propagă la punctele vecine germenului până la finisarea suprafeței. După ce s-a atins conturul, se caută un alt germene și operația se reface, până când nu mai există nici un germene posibil.

Pentru a memora și reutiliza germenii se folosește o baterie de germeni elementari.

5.2. Metode de decupare a poligoanelor și segmentelor

Problema decupării apare atunci când se dorește determinarea intersecției a două sau mai multe poligoane sau atunci când se afișează o scenă compusă din mai multe poligoane (foarte des sunt tratate cazurile cu fațete triunghiulare) [15].

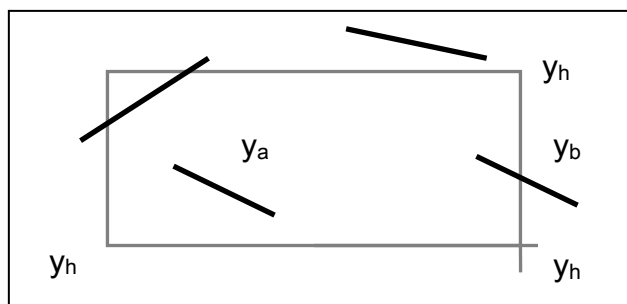


Figura 5.3. Decuparea segmentelor față de o fereastră

După transformare, fațetele pot fi situate în afara ecranului sau chiar în fereastra de afișaj. Decuparea unui poligon sau a unui segment constă în eliminarea părții poligonului (segmentului) care se află în afara poligonului sau a ferestrei de afișaj.

Fie o fereastră rectangulară delimitată de punctele (x_g, y_h) și (x_d, y_b) . Un punct $P(x, y)$ este interior acestei ferestre rectangulare dacă :

$$(5.2.) \quad x_g \leq x \leq x_d;$$

și :

$$(5.3.) \quad y_b \leq y \leq y_h;$$

Vizibilitatea segmentului se determină pornind de la poziția extremităților sale.

Acesta este *total vizibil* dacă ambele extremități se află în interiorul ferestrei, este *total invizibil* când ambele extremități se află în exterior și *parțial vizibil* în alte cazuri.

Pentru un segment cu extremitățile $P1$ și $P2$ și având panta m , intersecțiile posibile cu fereastra rectangulară sunt:

- la stânga;
- la dreapta;
- sus;
- jos.

În mod analog, se lucrează pentru decuparea poligoanelor.

Condiția este ca perimetrul reprezentând conturul unei suprafețe să fie închis. Decuparea suprafeței se face prin descompunere în părți elementare, după cum acesta se află în interiorul sau în exteriorul ferestrei de decupare. Se memorează toate acestea și în plus, intersecțiile cu laturile ferestrei de decupare.

În mod particular, se pun următoarele probleme:

- *vizibilitate* (calculul se face prin abordare vectorială);

- *tăiere* (se determină dacă vizibilitatea actuală și / sau viitoare diferă);
- *intersectare* (se calculează punctul de intersecție între segmente/ suprafețe și marginile ferestrei de decupare);
- *stocare* (se memorează locul punctelor în cadrul decupajului).

5.3. Tehnici pentru eliminarea părților invizibile

Eliminarea părților ascunse se face prin aplicarea unor algoritmi care permit găsirea fiecărui pixel al ecranului care este o primitivă vizibilă. Acesta este legat de procesul de conversie al obiectelor în pixeli.

Dacă această conversie are loc după eliminarea părților invizibile, acest proces se desfășoară în spațiul obiectului (în caz contrar, are loc în spațiul ecranului). Funcție de acest criteriu, se recomandă mai multe grupe de algoritmi [19], [30], [33], [47].

Algoritmi cu liste de priorități

Această primă familie de algoritmi are ca principală caracteristică antecalculul ordinului de vizibilitate înainte de afișare, care se face în spațiul obiectului.

Cel mai cunoscut algoritm din această familie este cel numit *algoritmul Newell*, numit și algoritm pentru desenare. Conform acestuia calculul se derulează în două faze:

- se triază obiectele funcție de distanța lor față de observator; dacă două obiecte nu sunt disjuncte din punctul de vedere al acestui criteriu, se decupează unul din cele două obiecte în mai multe sub-obiecte;
- se afișează ansamblul obiectelor începând cu cel mai îndepărtat față de observator.

Eliminarea fețelor ascunse se face într-o manieră implicită, obiectele cele mai îndepărtate fiind acoperite de cele aflate în fața lor. Limitele acestui algoritm constau în faptul că trierea și decupajul obiectelor care nu sunt disjuncte în profunzime, sunt operațiuni foarte costisitoare.

Algoritmi prin subdiviziune

Principiul de bază al metodei este realizarea unei subdiviziuni recursive a volumului care înglobează scena care trebuie vizualizată în funcție de ecran. Prima soluție care exploatează această idee a fost propusă de Warnock, care a decupat scena în patru zone corespunzând fiecare câte unui sfert de ecran. Decupajul se face conform următorilor pași:

- zona este vidă;
- zona conține un singur obiect;
- obiectul se afișează;
- zona este complet acoperită de un obiect aflat în fața tuturor celorlalte obiecte;
- se afișează un obiect.

Acest algoritm presupune construirea recursivă a unor seturi (baterii) de obiecte prezente în fiecare zonă în cadrul ansamblului de obiecte, fiecare dintre ele fiind redimensionat la talia zonei. Acest algoritm apelează la conversia obiectelor în pixeli. Singurele calcule sunt culorile obiectelor vizibile.

Algoritmi bazați pe linii de baleiaj

Principiul conform căruia această familie de algoritmi propune eliminarea părților ascunse este tratarea linie cu linie în spațiul imaginii, pe durata conversiei obiectelor în pixeli. Studiarea obiectelor prezente pe o linie de baleiaj, precum și a calculului intersecțiilor cu planul de baleiaj, se poate face prin incrementare. Actualizarea listei de obiecte prezente pe o linie de baleiaj se poate de asemenea, incrementa pornind de la lista de obiecte prezente pe linia anterioară.

Metoda de ascundere "Z - buffer"

Acest algoritm lucrează în spațiul-ecran și necesită o matrice de pixeli având talia ecranului grafic. Se memorează valoarea adâncimii "z" a atributelor. Se apelează acele valori ale atributelor care permit determinarea a ceea ce trebuie afișat în fiecare pixel.

Aceste atribute pot fi intensitatea, dacă au fost deja efectuate calculele de luminozitate, sau componentele unui vector normal și caracteristicile proprii obiectului, dacă luminozitatea a fost calculată după eliminarea părților ascunse.

Principiul de lucru al acestui algoritm este următorul:

- adâncimea "z" a tuturor pixelilor matricei este inițializată la cea mai mare valoare posibilă;
- pentru fiecare obiect al scenei se determină adâncimea tuturor pixelilor unde este prezent; dacă într-un anumit pixel, adâncimea are o valoare inferioară celei memorate, se stochează în memorie pentru acel pixel, ca și cuplu (z, a) ;
- obiectele sunt tratate în ordine aleatoare, ele putând avea formă liberă, cu singura condiție să se poată calcula în toți pixelii distanța de la observator la obiect.

Nu se apelează la trierea obiectelor sau la tratamente inter-obiecte. Obiectele sunt tratate în orice ordine. Limita acestui algoritm este dată de numărul considerabil de mare de accese la memorie care trebuiesc realizate. Algoritmul este foarte des utilizat atât în forma prezentată mai sus, cât și într-o formă particulară, care aplică algoritmul *Z - buffer* linie cu linie, în care o linie de ecran corespunde proiecției unui plan perpendicular pe ecran, apoi se determină intersecțiile obiectelor cu planul.

5.4. Vizualizări ale obiectelor 3D

5.4.1. Producerea imaginii de sinteză

Producția de imagine a unui obiect prin sinteză grafică pe calculator presupune parcurgerea unor operațiuni care se efectuează secvențial, astfel (Figura 5.4., [42]):

- *Achiziția de obiecte*: prima operațiune este recuperarea din bibliotecile de obiecte a acelor figuri care vor trebui vizualizate; strategia de achiziție a obiectelor depinde de structura bazelor de date; operațiunea este în general simplă în cea mai mare parte a utilizărilor posibile, dar poate deveni complexă în cazul că se dorește modificarea acelei părți a structurii de date observabile în timp real (acesta este cazul particular al traseelor turistice virtuale, unde trebuiesc actualizate în permanență datele observate).

- *Poziționarea obiectelor*: constă în amplasarea obiectelor unul față de celelalte, precum și plasarea acestora într-un reper comun numit *reper al*

mediului; această transformare se realizează prin multiplicare matricială în coordonate omogene (s-au prezentat în secțiunile anterioare); în această fază se calculează coordonatele normalei la fiecare față plană, valori care vor fi necesare calculelor de iluminare; în general, coordonatele se determină prin calcul matricial 3D. Este posibil să existe fațete pentru care normala este orientată spre fundal, ceea ce înseamnă că aceste obiecte sunt invizibile (operațiune cunoscută sub numele de "*back face culling*").

- *Amplasarea observatorului*: poziționarea observatorului presupune o schimbare de repere, de la *reperul mediului* la cel *al observatorului*; trebuie efectuat în fiecare punct un calcul matricial în coordonate omogene; matricea este determinată de maniera de operare la amplasarea obiectelor funcție de perspectivă.

- *Calcularea iluminării*: normalele în vârfurile unui poligon se calculează funcție de normalele diferitelor fețe comune în aceste vârfuri; iluminarea în fiecare vârf este determinată folosind diferiți algoritmi, volumul calculelor fiind influențat de mai mulți parametri, și anume:

- algoritmul ales (cu sau fără aspecte particulare);
- numărul de surse luminoase;
- poziția surselor luminoase;
- poziția observatorului

(dacă observatorul sau o sursă luminoasă se află la infinit, produsul scalar al ecuațiilor de iluminare devine constant, ceea ce diminuează numărul de operațiuni ce trebuiesc parcurse).

- *Decupajul (clipping-ul)*: decupajul în poliedrul de vizibilitate constă în definirea câmpului de vizibilitate printr-un poliedru cu 6 părți: 4 părți laterale, planul de față și planul de fundal; pentru fiecare față se testează dacă obiectul este:

- complet vizibil;
- parțial vizibil;
- complet invizibil.

(Obiectele parțial vizibile se decupează; această operațiune este costisitoare din punctul de vedere al efortului de proiectare și execuție și al timpului de calcul; după decupare, un triunghi poate avea mai mult de 3 laturi, iar obiectul obținut trebuie apoi redecat succesiv, în oricâți pași sunt necesari, pentru a obține forma de triunghi.

Se recomandă ca numărul de obiecte de decupat să fie sub zece, pentru o sută de fețe. Altfel, operațiunea de decupare (clipping) devine extrem de costisitoare ca efort de calcul și timp de operare. Pentru a evita această situație, se face o preclasificare a obiectelor, înainte de a aplica operațiunile de calcul al iluminării. Astfel se evită de exemplu, efectuarea unor calcule consumatoare de resurse pentru obiecte complet invizibile).

- *Trecerea în coordonate reale*: este ultima operațiune și constă în părăsirea coordonatelor omogene pentru a se reveni la coordonate reale; operațiunea constă în divizarea succesivă a trei coordonate semnificative în patru; uneori, se efectuează o transformare afină pentru a poziționa ecranul în vedere tridimensională.

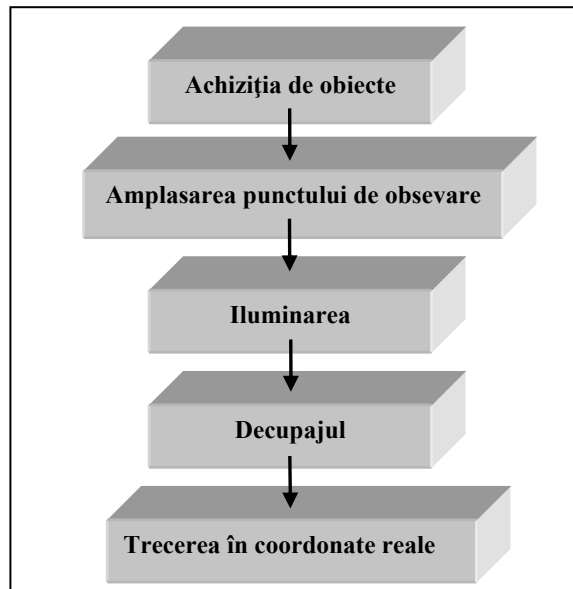


Figura 5.4. Producerea imaginii obiectelor; faze de execuție.

5.4.2. Metode de redare a imaginii produse prin sinteză grafică

Etapa de redare a imaginii parcurge trei operațiuni [42]:

1. *Conversia obiectului în pixeli*: fiecare triunghi sau cadrilater convex este definit prin ansamblul vârfurilor sale, iar fiecare vârf este definit prin coordonatele sale (x,y,z) (unde (x,y) sunt coordonatele punctului pe ecranul de vizualizare) și prin tripletul de culoare (RGB) (roșu, verde, albastru - în limba engleză); pentru diferiți pixeli reprezentând obiectul pe ecran, se calculează valorile (RGB) și adâncimea z , printr-o dublă interpolare liniară pornind de la valorile în vârfuri; calculele se efectuează cel mai frecvent în întregi.

2. *Eliminarea părților ascunse prin algoritmul Z - buffer*: pentru fiecare pixel calculat în timpul conversiei, se compară valoarea sa de profunzime "z" cu cea stocată în memorie și se modifică valoarea RGB corespunzătoare; acest algoritm de tratare în fiecare pixel al unui obiect necesită un acces la memorie pentru citire și un acces pentru scriere, în cazul unei valori noi. Timpii de calcul și resursele de memorie necesare sunt costisitoare.

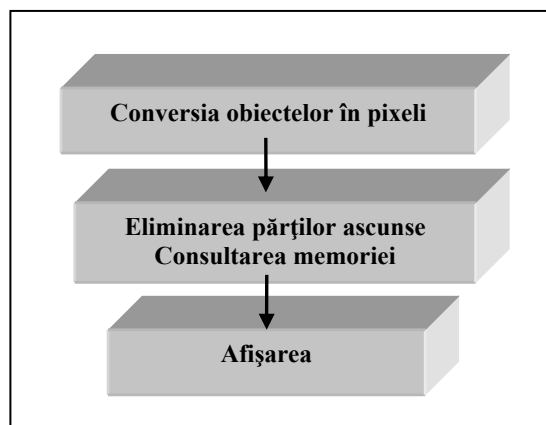


Figura 5.5. Redarea obiectelor; fazele succesive.

3. *Afișarea propriu-zisă* se efectuează prin citirea în memorie a valorilor *RGB* în ritmul baleiajului ecranului. Accesul la memorie trebuie să fie extrem de rapid pentru a furniza valori în fiecare pixel cu frecvența baleiajului ecranului. În sinteza de imagine se exploatează frecvent un dublu buffer, prin afișarea unei valori din memorie, în timpul în care ce altă valoare este în curs de calculare. Se basculează de la o zonă de memorie la alta înainte de fiecare afișaj. Această soluție evită efectul prin care se vede o imagine în "construcție".

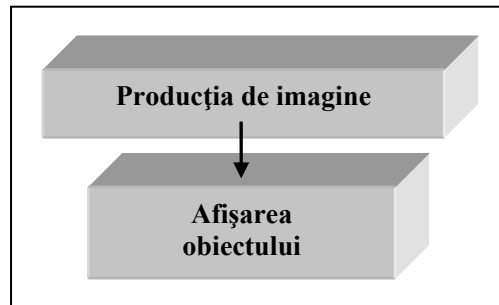


Figura 5.6. Fazele redării proiective a obiectelor prin imagine de sinteză

6. MODELE DE ILUMINARE ȘI TEXTURARE

Sinteza grafică pe calculator se definește ca fiind ansamblul de tehnici și tehnologii necesare realizării unei imagini.

Imaginea este produsul final al graficii de sinteză și, în același timp, nucleul său.

Fundamentele teoretice, metodele și tehnicile utilizate trebuie definite relativ la acest obiectiv. Imaginea este accesibilă prin intermediul suportului de vizualizare (ecranul) și suportului de percepție (ochiul). Caracteristicile acestor două entități sunt esențiale pentru procesul sintezei de imagine asistată de calculator.

6.1. Fundamentele teoretice ale percepției vizuale în relief

6.1.1. Percepția tridimensională

Polemicile cu privire la decalajul între senzațiile subiective ale ființei umane și lumea exterioară, considerată obiectivă, datează de foarte mult timp. Percepția lumii exterioare diferă după individ și în același timp, mediul înconjurător este perceput în aceeași manieră de toți.

Realitatea lumii exterioare este deopotrivă, obiectivă și subiectivă. Pe planul senzațiilor (singurul mijloc de a percepe mediul exterior) este imposibil să se separe mediul înconjurător în ceea ce există în afara individului și ceea ce se sugerează individului de către simțurile sale. Aceasta este o dezbateră filozofică care a debutat cu mult timp înaintea dezvoltării tehnologiilor informației și care va continua, cu siguranță, încă mult timp [44], [45], [7].

Există studii medievale asupra perspectivei optice, care separă perspectiva „artificială” sau grafică de științele exacte (geometria, fizica, matematica). În tratatul „De Sculptura” a lui Gauricus, scris în 1504, la Padova (Italia), autorul prezintă funcția artistică a conceptului de „perspectivă” pornind de la rădăcinile acestuia extrase din științele naturii și cu aplicare în artă.

Gauricus vede astfel problema „perspectivei” în artă:

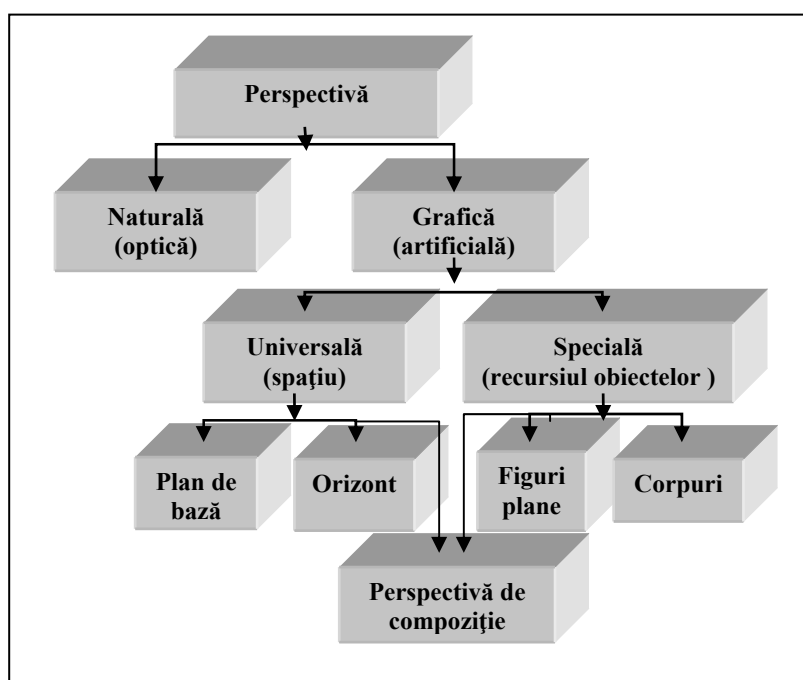


Figura 5.7. Fazele redării perspectivei în artă, după Gauricus.

Încă din vechime a existat un refuz explicit al „perspectivei fizice”, care ține chiar de „istoria perspectivei” care începe cu Gauricus, și deci, abordarea actuală a graficii pe calculator nu mai pare chiar atât de „îndrăzneță”. O imagine „vie” nu seamănă cu modelul său, pentru că nu intenționează să înfățișeze aparența, ci însuși obiectul.

Grafica **3D** încearcă să reproducă aparența realității, dar aceasta nu înseamnă „viață”, este doar o reducere a lumii reale la iluzii.

Imaginea, oricât de fidelă, a unei realități iluzorii, nu este un obiect, ea este un joc de efecte. Natura și ființele vii sunt doar limitate, iar asemănarea este forțată de subconștientul participantului la un experiment **3D**.

O tradiție persistentă, provenită de la Aristotel și dominantă până în secolul XVII considera imaginația drept o facultate a cunoașterii, inserată între sensibilitate și intelect (*Aristotel, „De anima”, III, 3, passim*).

Filozofii moderni acceptă faptul că imaginația este intermediară între obiect și concept. Aceștia definesc imaginația ca fiind o facultate intermediară între simț și intelect, între fizic și spirit, mai general definit, ca fiind intermediarul între particular și universal.

Această abordare presupune un proces necesar de abstractizare și, în egală măsură, aplicarea universalului la particular.

Filozoful român Robert Klein [23] care, cu o licență în filozofie în România și titlul de doctorat la Sorbona, obține o catedră universitară la Montreal (Canada), a încercat să pună bazele unui studiu despre metodă în artă, se întreba: „Istoria artei este la unison cu societatea industrială și cu arta informală?”.

Acesta a încercat să surprindă raportul etic al creatorului și al produsului creației. De asemenea, a semnalat pericolul ce se ascunde în dispunerea pe care o primesc anumite obiecte în lumea imaginată care se construiește în vederea regăsirii acestora în domeniul cotidianului.

În general, se califică drept “reale” orice reprezentări suficient de apropiate de ceea ce se află în memoria individului. Se admite că imitațiile acestora, chiar prin mijloace artificiale, sunt o copie a realității, în care fidelitatea (variabilă) are o mică importanță.

Pornind de la ideea că nu se revine niciodată asupra aceluiași moment anume, realitatea înregistrată nu poate fi decât analogică.

Reconstrucția unei realități numite “obiectivă” nu poate fi decât o himeră, pentru că a trece prin intermediul unui echipament periferic, al unui obiectiv fotografic sau al unei suprafețe sensibile într-o lume creată în trecut, nu înseamnă de fapt, a merge înapoi în trecut, altfel decât cu imaginația.

Ceea ce este restituit de imaginație, oricât de fidel ar imita momentul produs, nu este decât o imitație, deci nu este realitate. Este, de fapt, o aproximare. În aceste situații, absența elementelor de comparație este suficientă pentru a da credibilitate reprezentării.

Fabricanții de suprafețe sensibile (industria fotografică), de display-uri grafice sau imprimante color știu bine că, oricât ar fi de apropiate de cele din realitate, culorile de redare sunt în mod sistematic apreciate de public ca fiind nerealistice și aceasta pentru că de cele mai multe ori, culorile de origine sunt diferite în memoria subiectivă a persoanei care re trăiește un moment din trecut, immortalizat pe suport [31].

Fizicienii, matematicienii și informaticienii admit că această teorie exterioară domeniului lor îi deconectează și aceasta cu atât mai mult cu cât o

anumită doză de "irațional" și de "subiectiv" există în toate procedeele de redare a *reliefului tridimensional* de către vederea naturală umană.

Când se examinează un obiect real tridimensional în condiții normale, deci cu ambii ochi, pe cele două retine se formează două imagini care nu sunt absolut identice.

Diferența rezultă din dimensiunile în profunzime ale obiectului examinat. Aceasta este esența percepției în relief. Dacă printr-un anumit procedeu/artificiu, se reușește formarea simultană pe ambele retine a două imagini identice, se obține imaginea unui obiect în trei dimensiuni.

Mai trebuie rezolvate probleme de acomodare a vederii umane la vizionare de imagine grafică pe calculator și de asigurare a contemplării virtuale a obiectului, toate contribuind la întregirea senzației de "real" în ceea ce privește obiectul propus spre vizionare [9].

Problema sistemelor de sinteză grafică pe calculator este de a eluda faptul că obiectul oferit contemplației nu există în mod real și nu este coerent în exteriorul subiectului căruia i se oferă percepția. Un sistem de sinteză grafică se bazează pe ideea că reprezentarea asupra lumii exterioare variază funcție de punctul de vedere al subiectului care o contemplă, la propriu și la figurat [24].

6.1.2. Perspectiva

Legea perspectivei permite definirea unui aranjament de obiecte în spațiu, funcție de talia, înălțimea și orientarea lor. Acest aranjament variază în timp, funcție de poziția obiectelor în spațiu (unul față de celălalt) și de asemenea, funcție de poziția privitorului. Trebuie reamintit că celulele cortexului uman sunt impresionate într-o manieră specifică, după orientarea spațială a stimulilor [9].

Realitatea este un ansamblu de forme al căror ecou pentru ființa umană este dat prin obișnuință și prin comparație cu experiența deja asimilată, prin analogie cu obiectele deja cunoscute și cărora li se stabilește prin comparație, dimensiunea.

Totul ar trebui să se producă astfel ca și cum aceste informații receptate din exterior sunt imediat interpretate de creier, cu o toleranță oarecare la erori.

În spațiul tridimensional, este posibil să se reconstituie realitatea de o manieră abstractă, pornind de la proiecția a două perspective diferite. Prin proiecție, un singur spectator (privitor, subiect), poate regăsi condițiile geometrice corespunzând exact celor specifice vederii naturale.

O altă problemă este aceea că un obiectiv fizic (foto, video etc.) înregistrează totul fără prioritate, spre deosebire de om care, în fiecare clipă, se concentrează cu prioritate asupra unui anumit detaliu al imaginii. Bineînțeles că efectul de perspectivă este esențial, dar nu numai.

Detaliul care acaparează la un moment dat interesul privitorului este foarte dependent de persoana acestuia și deci, efectul de "zoom" asupra unui detaliu dorit, diferă de la o persoană la alta.

La fel de interesant este efectul "*perspectivei*" care poate conduce la "deformări" ale obiectelor, cauzate de distanță și de unghiul din care se contemplă un anumit obiect. Retina este un receptor pentru semnalele electromagnetice transmise de lumină după reflectarea sa de suprafața obiectelor. Ea este organizată ca o rețea complexă care colectează informațiile furnizate de milioane de foto-receptori. Neuronii reuniți în nervul optic transmit aceste informații cortexului.

Ochiul este o cameră neagră constituită din globul ocular și o lentilă biconvexă având o curbură variabilă, cristalinul. Cu o putere de 60 dioptrii, focalizarea sa variază după îndepărtarea punctului de fixare, de la 16,7 mm (când punctul se află la infinit) la 14,4 mm (când acesta se află foarte aproape). Irisul care se dilată și se contractă pe principiul unei diafragme, determină diametrul pupilei și în consecință, cantitatea de lumină admisă în ochi. Deschiderea variază după luminozitatea ambientală de la 1,5 la 9 mm (4 mm în medie, pentru lumină de zi normală).

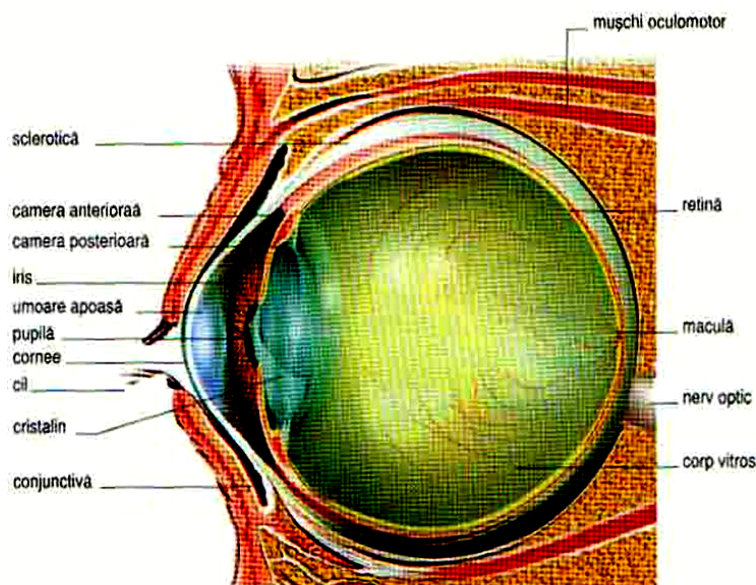


Figura 6.1. Secțiune prin ochi, organul vederii

Lumina este proiectată de cristalin pe retină, unde zeci de milioane de celule transformă energia luminoasă în energie electrică. Departe de a fi omogenă, retina este constituită din mai multe zone concentrice ale căror caracteristici diferă considerabil. "Corpul galben" sau "macula lutea" este situat la polul posterior al ochiului; el beneficiază de o rezoluție înaltă și de o excelentă percepție a culorilor.

Câmpul său vizual este de aproximativ 100° orizontal și 60° vertical. Această zonă este înconjurată de o porțiune cu rezoluție și percepție mai slabă (periferică).

Fibrele nervoase care pleacă de la retină sunt senzoriale. Spre deosebire de fibrele nervoase motorii, care au doar o singură conexiune pe traiectul lor spre creier, nervii optici au mai multe sinapse. Prima dintre acestea se găsește imediat după punctul în care informațiile senzoriale sunt transmise de partea opusă. Acest punct de încrucișare se numește *chiasma optică* și este foarte apropiat de hipofiză. Imediat după încrucișare, este prima *sinapsă* sau *stație de releu*, denumită și "corpii geniculați laterali". Aici, informația din stânga și dreapta este din nou schimbată pe linia mediană. Funcția acestei conexiuni are legătură cu reflexele pupilare.

De la corpii geniculați laterali, nervii se desfac în evantai, de fiecare parte formând radiațiile optice. Acestea își modifică ușor traiectul și se adună sub forma unui fascicul care traversează capsula internă, unde sunt concentrate toate căile motorii și senzoriale ale organismului. De aici, nervii au un traiect către partea posterioară a creierului, la *cortexul vizual*.

Studii recente arată că celulele din zona de sensibilitate vizuală sunt grupate după funcția lor și după reacția la diferiți stimuli ca:

- mișcarea
- orientarea
- adâncimea / profunzimea.

Se admite că acesta este *un foarte complex sistem 3D*. Această descoperire este importantă pentru că infirmă teoria conform căreia imaginea se formează punct cu punct. Imaginea se formează prin regrupare de zone ale câmpurilor receptoare, funcție de semnalele stimulilor. Această abordare desființează definitiv teoria formulării geometrice a restituirii reliefului în imaginea stereo.

Celulele cortexului vizual nu sunt activate de viziunea plană, motiv pentru care ele pot fi calificate drept "celule binoculare 3D". Această interconectare a celulelor bipolare explică fenomenul *vederii naturale*: se văd în relief două obiecte situate unul în spatele celuilalt, chiar dacă unul acoperă o parte din celălalt pentru un ochi. Partea ascunsă pare vizibilă pentru ambii ochi, ca și cum un ochi transmite informații celuilalt.

6.1.3. Aspecte psihologice și fiziologice ale formării imaginii în relief

Interpretarea percepției reliefului își are explicația în procesele fiziologice de pe cortex. Toate considerațiile prezentate anterior conduc la înțelegerea fenomenului complex al vederii umane, ca fenomen biologic și psihologic.

Se impune prudență în aplicarea simplificării în comparațiile care se fac cu principiul camerei fotografice și în transpunerea regulilor geometrice ale opticii fizice în înțelegerea *vederii naturale* [31].

Puterea de separare monoculară se definește ca facultatea unui sistem optic de a deosebi două puncte până la limita suprapunerii lor la o distanță dată. Trebuie ca punctele să transmită o informație care să poată fi interpretată de sistemul care le explorează, de exemplu: contrastul insuficient duce la perturbații interferențiale ale emisiunii luminoase și deci, nu se pot distinge punctele separate.

Se notează:

PS - puterea de separare monoculară

PSS - puterea de separare binoculară.

Se consideră pentru *PS* o distanță de 300 m pentru noțiunea de infinit stereoscopic.

Nu trebuie neglijat aspectul disparității binoculare, care permite în condiții optime, ca facultatea de percepție a reliefului să se întindă până la 2 km.

Există o serie de fenomene naturale care trebuie cunoscute și aplicate în grafica de sinteză pe calculator și anume, cele conform cărora [31], [17]:

- *câmpul converge spre ochi cu aproximativ 180°;*
- *este mai mult larg, decât adânc;*
- *nasul împiedică explorarea totală a câmpului vizual cu un singur ochi;*
- *nu trebuie confundat câmpul vizual cu câmpul de nemișcare, care nu depășește 1° ca unghi;*
- *când se examinează o scenă, privirea nu este fixă;*
- *nu trebuie confundată "vederea" cu "privirea";*

- *privirea nu este fixă.*

Imaginea 2D răspunde criteriilor fizicii optice, este netedă pe tot câmpul, are margini, spre deosebire de realitate, unde nu există margine.

Vederea binoculară permite aprecierea profunzimii datorită fenomenului de fuziune cerebrală, fenomen care permite să se vadă conform unei vederi simple, ceea ce ar fi normal să se vadă dublu.

Zona de fuzionare în care obiectele nu mai sunt dedublate este relativ puțin adâncă. Fenomenul de dedublare a obiectelor înainte și după zona de fuziune se numește *diplopie*. *Diplopia* se manifestă și pe verticală, prin disocierea verticală a axei ochilor, care de asemenea, suprimă senzația de relief.

Fuzionarea cerebrală este un fenomen senzorial dificil de analizat, care face ca ochii să unească în mod reflex două imagini ale unui obiect în una singură.

Fuzionarea imaginilor este o adaptare cerebrală, înnăscută la om (și improprie altor specii), care rezultă atât din predispoziție, cât și din educația care se face în mod progresiv.

Se asociază două fenomene:

- convergența ochilor asupra unui punct de fixare;
- acomodarea cristalinului.

Acestea sunt, de obicei, cuplate, dar pot fi și disociate.

Se poate considera că liniile vizuale ale ochilor sunt paralele. Punctul de fuziune se plasează la minim 3m.

Se folosesc noțiunile de:

- bază de luat imagini;
- bază de examinare vizuală.

Cu incidență serioasă în privința imaginilor, planul din spate fiind situat la infinit, este suficient a nu se depăși 50% față de distanța primului plan pentru a se obține o bază de luat vederi corectă, evitând depășirea zonei de fuzionare la examinarea finală.

Această valoare coincide cu tangenta la unghiul constant pe care îl face axa ochilor convergentă cu 65' în raport cu linia vizuală a infinitului (1/100 pentru o semibază și 1/50 pentru o bază completă).

Limita de 3 m pentru distanța maximă recomandată pentru luat vederi (pentru o bază de 63 mm care este distanța medie interpupilară la un adult), nu se respectă întotdeauna.

$$(6.1.) \quad e = d^2 / 2 - d$$

Aceasta este formula simplă pentru cazul în care baza de luat vederi și de proiecție sunt ambele de 63 mm.

Puterea de separare binoculară (PSS) poate fi evaluată doar prin diferența de adâncime între două planuri. Calculul **PSS** se bazează pe rezultatele observațiilor la mare distanță.

Distanța limită de percepție a reliefului (infinitul stereoscopic) se află la cca. 2,5 km, ceea ce permite evaluarea **PSS** la 4" sau 5", departe de valoarea lui *PS* de 1' care, conform calculelor, permite perceperea reliefului la 300 ÷ 600 m.

Unii autori situează **PSS** la 18", ceea ce corespunde unei valori de 1 km pentru infinitul stereoscopic.

Elementele care trebuie considerate în interpretarea imaginilor sunt:

- cantitatea de informații posibil de înregistrat pe unitate de suprafață sensibilă;
- ansamblul "suprafață sensibilă - obiectiv de luat vederi - obiectiv de proiecție" trebuie să aibă o înaltă definiție pentru a conserva valorile viziunii naturale;
- deschiderea mare atenuează contrastul;
- condițiile de observație în obscuritate diminuează PSS pentru vederea naturală;
- toate imperfecțiunile, impreciziile, lipsa de netezime a suprafețelor, dau realism imaginii captate.

Pierderea de informații importante, de detalii duce la efectul numit "decor de teatru"; nu lipsește calitatea imaginii, dar nu există realism sau nu există efectul de relief.

Se estimează că ansamblul a doi ochi organizează spațiul vizual după o direcție generală care este rezultanta celor două direcții cu predominanța "*ochiului director*".

Acesta este un ochi virtual și variază după persoană:

- simetria este foarte rară;
- liniile se schimbă într-un spațiu vizual adaptabil;
- reprezentarea lumii înconjurătoare este subiectivă.

O imagine plană care se mișcă capătă relief. Efectul mișcării unei imagini se numește *relief dinamic*. Explicația acestui fenomen fizic și fiziologic constă în faptul că decalajul în timp induce un decalaj în spațiu. Pachetele de unde sosite de la un obiect cu volum nu parvin în același timp la ambii ochi. Diferența este atât de mică, încât creierul recrează un relief care nu există în realitate.

Impresia de relief are efect direct asupra simțurilor.

O simulare care solicită excesiv simțurile inhibă imaginația.

Absența obiectelor în câmpul fix al spațiului vizual, nu creează impresia de vid, ci de spațiu. Trebuie să se țină cont de acest aspect al vederii 3D pentru compoziția spațială a imaginilor de sinteză pe calculator [31], [5], [26].

6.1.4. Percepția limitelor și fenomenul de constanță

Studii recente asupra percepției culorilor arată că stimulii care excită celulele vizuale și apoi neuronii, sunt transmiși de manieră dinamică grație comparației vizuale multiple și rapide între zonele prospectate.

Fără această comparație permanentă diferența de lungime de undă a luminii reflectate de obiecte de culori diferite ar fi insuficientă pentru a percepe culoarea.

Persistența culorilor și a formelor obiectelor face ca mediul să pară stabil și coerent cu toată influența evenimentelor exterioare. Se poate extinde acest principiu al constanței atribuite culorilor, la fenomenul de percepție a celei de-a treia dimensiuni: ca și culorile, volumele și organizarea lor spațială sunt percepute de o manieră dinamică, printr-o apreciere permanentă a limitelor reliefului dintre obiecte. Aceasta permite atribuirea de volum obiectelor și, în

caz că sunt deformate, să le restituie volumele prin corective psihice și fiziologice [37], [38], [46].

6.2. Stereoscopia

6.2.1. Vederea stereoscopică directă (naturală)

Stereoscopia este acea parte a fizicii aplicate, care se ocupă cu studiul proprietăților ce stau la baza formării imaginilor în relief.

Pentru a înțelege principiile de formare a imaginilor este necesar să se analizeze proprietățile fiziologice și optice ale ochiului:

- analizorul vizual are ca segment periferic ochiul, ca segment intermediar nervul optic, iar ca segment central regiunea occipitală a scoarței creierului (*Figura 6.1.*),
- excitantul analizorului vizual este lumina (pentru a fi văzut un obiect trebuie ca acesta să fie luminat sau să producă el însuși lumină); ochiul recepționează lumina, culoarea și forma obiectului; în *Figura 6.1.* se prezintă o secțiune a ochiului și părțile sale principale.

Din centrul optic al ochiului și până la polul posterior sunt aproximativ 15 mm, iar diametrul ochiului are 22 - 24 mm. Unghiul de câmp normal al ochiului este de aproximativ 90°, iar unghiul de câmp maxim este de aproximativ 120°.

Imaginile obiectelor sunt dirijate de către cristalin spre partea centrală a retinei. Prin schimbarea razelor sale de curbură cristalinul realizează în permanență acomodarea ochiului (punerea la punct a imaginii).

Legile geometrice de formare a imaginilor în vederea naturală sunt asemănătoare celor folosite la aparatul fotografic.

În ceea ce privește materializarea imaginii, în cazul ochiului se produce un proces fiziologic și psihologic complicat, spre deosebire de placa fotografică pe care se găsește un strat chimic fotosensibil, care este impresionat în urma unui proces fizic, de expunere la lumină.

Imaginea obiectelor se formează în cazul vederii naturale cu ajutorul celulelor care se găsesc pe retină. Procesul fotochimic al este redat de legea raporturilor, exprimată prin relația:

$$(6.2.) Q = K \cdot I \cdot T$$

unde:

Q - cantitatea de strat impresionat din suprafața retinei;

K - coeficient caracteristic procesului fotochimic al vederii;

I - intensitatea luminoasă a razei care atacă stratul sensibil;

T - timpul cât durează acțiunea luminii asupra retinei.

Procesul fotochimic al vederii se produce în două faze:

- *faza primară* (care este de natură fotochimică și are loc atâta timp cât acționează radiațiile luminoase asupra retinei, timp în care are loc descompunerea purperei vizuale, care la rândul ei declanșează faza secundară);
- *faza secundară* (în care se face trecerea de la efectul fotochimic la cel fiziologic și care are ca rezultat două fenomene: excitarea electrochimică a nervului optic și crearea impresiei vizuale).

Detaliul aflat în punctul P (*Figura 6.2.*) este văzut liber de ochii unui observator sub *unghiul paralactic* γ , iar detaliul P₁ sub unghiul γ_1 . Acest lucru

(variația unghiului y , funcție de distanța până la obiectul observat) permite sesizarea diferențelor de profunzime (ΔY) dintre obiectele privite [31].

Unghiul paralactic y se formează ca urmare a faptului că fiecare ochi, situat unul față de altul la *distanța interpupilară* (b_0), se concentrează asupra detaliului respectiv formând fiecare câte o imagine pe retină. Creierul nu percepe însă două imagini ci una singură, spațială-virtuală, datorită fenomenului de fuziune binoculară.

Mecanismul vederii binoculare este extrem de complex, însă el poate fi rezumat schematic ca o contemplare în două plane de vizionare după principiul razelor nucleare. Cele menționate mai sus reprezintă o simplificare (descompunere) a fenomenului vederii binoculare. Ochii au o deosebită mobilitate (în realitate fiecare vede clar o zonă - este adevărat, restrânsă) și o mare putere de generalizare, ceea ce permite vederea detaliilor continuu și nu discret (punct cu punct).

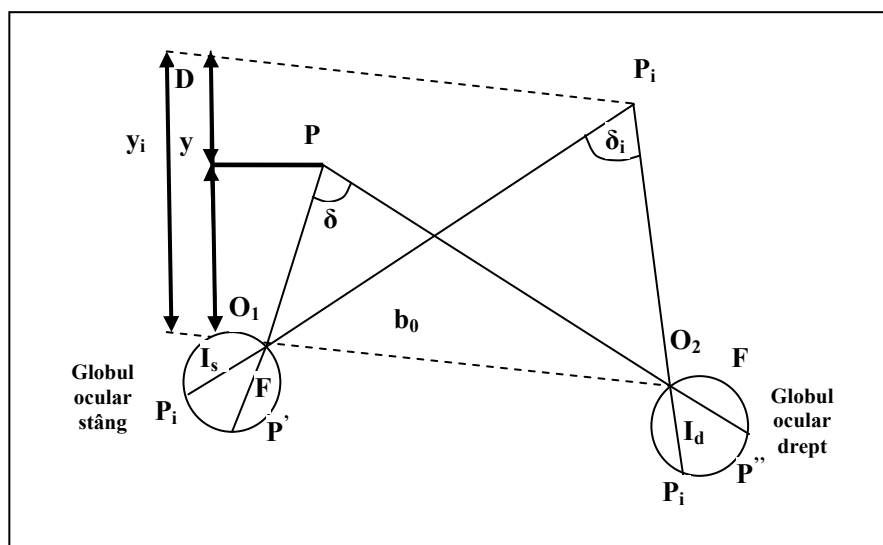


Figura 6.2. Schema vederii naturale

Conform notațiilor din Figura 6.2. se pot deduce formulele:

$$(6.3.) m_y = \pm \frac{y^2 m_x}{h_0 p}$$

$$(6.4.) l_s - l_d = \delta l = K m_y$$

în care:

y - este depărtarea până la obiectul considerat;

p - profunzimea;

m_y - paralaxa stereoscopică unghiulară;

δl - paralaxa orizontală liniară.

Cea mai mică valoare a paralaxei stereoscopice unghiulare (m_y) care se poate sesiza, este cuprinsă între 30° și 75° și se mai numește și *acuitate vizuală*.

Dacă se consideră *distanța interpupilară* $b_0 = 65$ mm (b_0 variază de la o persoană la alta în limitele 55 mm și 65 mm), atunci se obțin datele:

$y :$	0,25	1,0	100	500	800 (m)
$m_y :$	0,0001	0,001	12	300	800 (m)

care arată că precizia maximă de percepere a profunzimii se obține la distanța minimă a vederii distincte (0,25 m), iar distanța limită până la care se vede stereoscopic este aproximativ 800 m (teoretic variază de la individ la individ în limitele 540 m și 1.340 m) [31].

Trebuie semnalat însă că percepția stereoscopică nu este o însușire generală. Există destule persoane la care fuziunea binoculară nu se produce. Acestea au de fapt o vedere monoculară de care, în cele mai multe cazuri, nici nu își dau seama. De acest lucru trebuie să se țină seama la selecționarea operatorilor care urmează să lucreze la aparate de stereorestituție.

În practică, vederea stereoscopică naturală poate fi ajutată prin intermediul telemetrelor (măresc acuitatea stereoscopică prin mărirea bazei de observație) și sistemelor de mărire.

6.2.2. Vederea stereoscopică indirectă

În vederea stereoscopică indirectă, celor doi ochi li se oferă, în locul imaginilor spațiale reale, imagini central-perspective ale obiectelor sub forma unor fotografii plane.

Cele două fotografii conjugate F_1 și F_2 (Figura 6.3.) alcătuiesc o stereoimagine (numită și stereogramă). Prin așezarea și observarea lor adecvată se percepe modelul stereoscopic (stereomodelul).

Pentru a obține impresia de relief, trebuie însă îndeplinite trei condiții, numite și *condițiile vederii stereoscopice indirecte (artificiale)* și anume:

- 1) observarea concomitentă cu fiecare ochi numai a imaginii perspective care îi revine din cele două imagini conjugate (condiție cunoscută sub denumirea de *separarea imaginilor conjugate*);
- 2) plasarea în anumite poziții a celor două imagini conjugate una față de cealaltă și respectiv față de baza de observații (*orientare reciprocă sau relativă*);
- 3) efortul de convergență cerut de vederea stereoscopică nu trebuie să depășească efortul cerut de vederea liberă (directă) sau să se încadreze în anumite limite acceptabile (*condiția optică-fiziologică*).

În general, în tehnica fotogrametrică nu se reconstituie întru totul condițiile vederii stereoscopice naturale, ci se caută să se *exagereze impresia de relief stereoscopic* prin:

- *mărirea bazei de observație, atât la preluarea celor două imagini conjugate asupra zonei considerate, cât și la observarea acestor imagini;*
- *utilizarea sistemelor de mărire (de grossissement) folosite la observarea celor două imagini conjugate.*

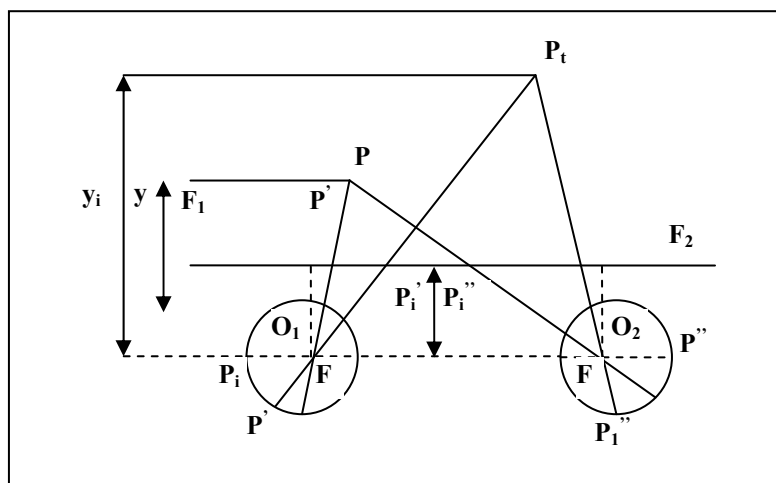


Figura 6.3. Schema vederii stereoscopice indirecte

Dacă se ține seama de mărirea bazei de observație de n ori și de folosirea unui grossisment v , atunci se poate scrie

$$(6.5.) \quad m_y = \frac{1}{ny} \frac{y^2}{b_g} \frac{m_y}{\delta}$$

în care produsul ny se numește *plastica totală a modelului stereoscopic* și caracterizează exagerarea impresiei de relief stereoscopic.

Dacă, de exemplu, se iau două fotografii preluate cu o cameră cu unghi de mare deschidere, cu *baza de fotografiere* (B) de 600 m, și acestea sunt privite prin sisteme măritoare obișnuite ($v = 4X$), atunci:

$$(6.6.) \quad n = \frac{B}{b_g} = \frac{600 \text{ m}}{0,06 \text{ m}} = 10.000$$

$$(6.7.) \quad nv = (4x) 10.000 = 40.000$$

și cum, pentru camerele cu unghiuri de mare deschidere, $B/H = 2/3$, rezultă:

$$(6.8.) \quad H = Y = \frac{3}{2} \times 600 \text{ m} = 900 \text{ m}$$

Înlocuind aceste valori în relația (6.5.) se obține: $m_y = 0,03 \text{ m}$, ceea ce demonstrează că se pot distinge diferențe de profunzime de 3 cm.

Condițiile vederii stereoscopice

1) Prima condiție a vederii stereoscopice - separarea imaginilor conjugate poate fi realizată în mai multe moduri și anume, folosind [31]:

a) Stereoscoape

Cel mai simplu stereoscop este *stereoscopul de buzunar*, care constă din două lentile convergente plasate într-un cadru simplu, la o distanță reciprocă egală cu baza oculară, iar față de fotografiame la o distanță egală cu distanța focală a lentilelor. Principalul dezavantaj al acestui stereoscop constă

în aceea că formatul fotogramelor care pot fi observate stereoscopic este limitat.

În mod curent este folosit *stereoscopul cu oglinzi și lentile* (conceput de Helmholtz) care permite observarea fotogramelor cu format mai mare, datorită oglinzilor care măresc baza de observare. Această mărire a bazei nu influențează efectul stereoscopic, deoarece nu se modifică structura metrică a fotogramelor (se mărește totodată și distanța dintre fotograme). Mărirea plasticii (crearea efectului hiperstereoscopic) se realizează în acest caz numai pe cale optică (prin folosirea lentilelor convergente). Marea majoritate a aparatelor stereofotogrametrice conțin sisteme de observare bazate pe principiul stereoscopului cu oglinzi.

b) *Procedeul anaglifelor* este cunoscut sub două variante: procedeul anaglifelor imprimate și respectiv, procedeul anaglifelor proiectate.

Separarea celor două semi-imagini se bazează în acest caz pe principiul culorilor complementare. Astfel, imaginile sunt imprimate sau proiectate (corespunzător celor două variante) prin suprapunere (nu prin juxtapunere ca în cazul utilizării stereoscoapelor), fiind colorate, respectiv proiectate prin intermediul filtrelor colorate, în culori complementare (de exemplu roșu și verde-albastru).

Observarea acestor imagini se face cu ajutorul unor ochelari cu filtre colorate în aceleași culori complementare, folosind procedeul aditiv al culorilor complementare. Astfel, în cazul *anaglifelor imprimate* procedeul se bazează pe faptul că se așează în dreptul fiecărui ochi filtrul colorat în culoarea complementară imaginii corespunzătoare, în timp ce în cazul *anaglifelor proiectate* (având în vedere că observarea se face la întuneric), în dreptul fiecărui ochi este plasat filtrul colorat de aceeași culoare cu filtrul prin care este proiectată semi-imaginia respectivă.

Calitatea separării semi-imaginilor (și prin urmare, efectul stereoscopic) depinde de calitatea filtrelor utilizate. De altfel, folosirea filtrelor reduce considerabil luminozitatea imaginilor, provocând totodată obosirea relativ rapidă a ochilor. Principalele avantaje constau în economicitatea procedurii, precum și în faptul că imaginile pot fi vizionate de mai mulți observatori. În ceea ce privește sistemul anaglifelor imprimate, au fost întocmite numeroase hărți și albume stereoscopice, folosind acest procedeu.

c) *Procedeul filtrelor polaroide*

Acest procedeu se bazează pe folosirea fenomenului de polarizare a luminii la proiectarea și observarea imaginilor. Se folosesc filtre polaroide, evitându-se dezavantajele referitoare la iluminare și permițându-se observarea stereoscopică a imaginilor color.

Procedeul este asemănător cu cel al anaglifelor proiectate, cu deosebirea că în loc de filtre în culori complementare se folosesc filtre având planele de polarizare perpendiculare (atât la proiectare, cât și la observare).

Datorită dependenței direcțiilor de polarizare a luminii de poziția observatorului, nu se poate evita apariția de imagini reziduale, ceea ce a determinat ca procedeul să nu fie mult folosit în scopuri de măsurare.

d) *Procedeu "cu scintilații"*

Spre deosebire de celelalte procedee prezentate, prin procedeu "cu scintilații", separarea semi-imaginilor se face nu după poziție, ci în timp. Pentru aceasta se folosesc diafragme care se rotesc cu o frecvență de 20-50 rotații/sec cu ajutorul unor servomotoare sincrone, astfel că semi-imaginile sunt proiectate alternativ pe un ecran.

Acest procedeu este destul de obositor pentru operator și relativ costisitor, fiind folosit rar (în ultimul timp este folosit la sistemele de observare stereoscopică, pentru redresarea diferențiată).

e) *Procedeu rasterelor (rețelelor)*

Acest procedeu este destul de complicat găsindu-și utilizarea în încercările experimentale de cinematografie stereoscopică.

2) Cea de a doua condiție a vederii stereoscopice indirecte se referă la *poziția reciprocă a celor două fotograme conjugate* și anume, direcțiile de observare ale celor doi ochi spre punctele corespondente trebuie să fie coplanare.

3) Condiția a treia a vederii stereoscopice indirecte se referă la necesitatea ca efortul de convergență cerut de vederea stereoscopică indirectă să nu depășească (în anumite limite) efortul cerut de vederea stereoscopică liberă (directă). Această condiție este impusă de faptul că la observarea stereoscopică indirectă nu trebuie reconstituite condițiile de la preluarea fotogramelor și prin urmare, modelul stereoscopic poate suferi modificări corespunzătoare următoarelor cazuri:

- variația valorii bazei implică modificarea scării (în ansamblu) a stereomodelului;

- modificarea distanței (distanța focală la proiecție este diferită față de cea de la preluare); în acest caz, apare o modificare a stării stereomodelului în profunzime (așa-numitul efect de culisare), adică aplatizarea sau alungirea figurilor, ceea ce permite să se atenueze sau să se exagereze efectul stereoscopic;

- schimbarea poziției reciproce a razelor principale (de exemplu, la preluare acestea au fost convergente, iar la exploatare sunt paralele);

- descentrarea nesimetrică a fotogramelor (față de centrele de proiecție corespunzătoare);

- diferența de scară a celor două semi-imagini, care necesită un efort suplimentar de acomodare pentru un ochi, față de celălalt.

Această diferență de scară nu trebuie să depășească 16%.

Sistemele optice utilizate la aparatura stereofotogrametrică (lentile, oglinzi înclinabile și rotative, prisme, cardane optice) sunt destinate realizării vederii stereoscopice indirecte în condiții corespunzătoare, prin corectarea diferențelor de scară dintre fotograme, a înclinărilor, rotirilor etc.

6.3. Imaginea în relief și folosirea efectelor speciale

Fenomenul de *stereoscopie* permite să se obțină imagine **3D** cu condiția ca distanța de acomodare să fie compatibilă cu convergența ochilor indusă prin ecartul între 2 puncte omologe.

Filtrele standard cele mai răspândite sunt reglate astfel încât axele lor de polarizare se află la 45° de orizont.

Precizia necesară este de sub 1°, altfel apar fenomene jenante, cum ar fi cel de "imagine-fantomă". Capul spectatorului trebuie ținut rigid, iar întinderea privirii trebuie controlată atent și reperate erorile care ar duce la modificarea valorilor stereo și la "înversarea reliefului" (pseudoscopie).

Principiul obținerii de imagini **3D** este practicarea unui sistem de codare-decodare, prin orientarea în manieră identică a două filtre din care unul este plasat în fața ochiului și al doilea în calea optică a proiectorului; acesta lasă fasciculul luminos să se orienteze spre ochi. Se procedează identic cu ochiul drept și cu cel stâng, prin orientarea blocului cu două polarizări în opoziție [19].

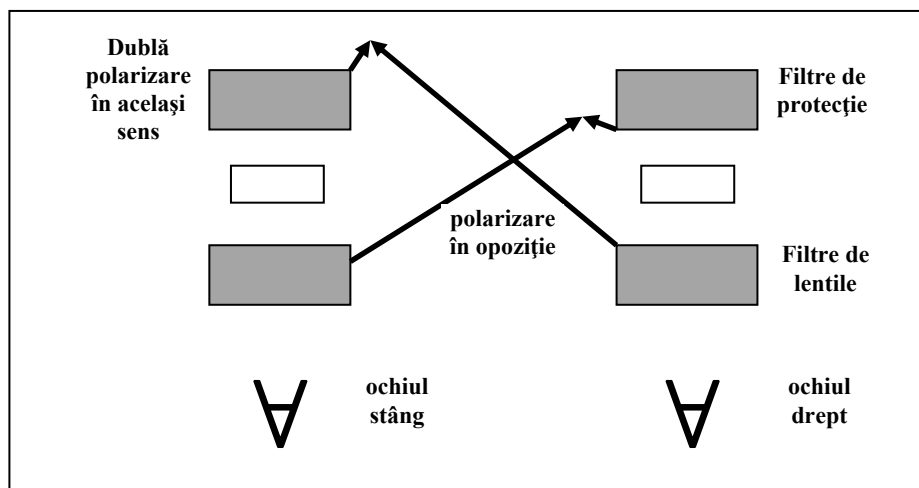


Figura 6.4. Principiul proiecției cu lumină polarizată

Nu trebuie neglijat efectul sensibilității ochiului în obscuritate. Trebuie menținut echilibrul între puterea de extensie a vederii și transparența reziduală. Avantajul important al acestui sistem este conservarea bună a culorilor.

6.3.1. Efectul de machetă

Este foarte important ca distanța (teoretică) între primul și ultimul plan al imaginii să nu depășească valoarea maximă admisă pentru zona de fuziune. În caz contrar, se constată apariția efectului de hiper-stereo. În această situație, ultimele planuri (fundalul) situate foarte departe, la infinitul stereoscopic (> 3 km distanță), par complet plate. În schimb, imaginile mai apropiate par detașate de fond într-un cadru care pare privitorului exagerat de aproape. Cu cât obiectul este mai reliefat, cu atât pare mai aproape de privitor.

Impresia de volum depinde de informațiile diferențiale relative la un obiect pe care le primește privitorul. Valoarea ecartului ochilor are un plus de incidență pentru distanțele apropiate și mai mic pentru distanțele îndepărtate.

Dimensiunea aparentă furnizată a obiectului nu este modificată, ea depinde exclusiv de distanța reală de observație.

De fapt, există o legătură constantă, născută din obișnuința subiectului de a privi obiecte în perspectivă (experiență) între dimensiunea reală a unui obiect și intensitatea reliefului.

Dacă relieful unui obiect este exagerat în raport cu talia sa aparentă, așa cum sunt acestea expuse de către proiectantul aplicației de sinteză grafică

tridimensională, simțurile omului restabilesc o relație normală, prin impunerea imaginii unui obiect identic, dar de talie redusă, la fel cu o machetă cu dimensiuni reduse.

Vederea la distanță în "hiper-stereo" dă această senzație, de "machetă", de unde și numele acestui efect.

Acest efect nu se manifestă asupra obiectelor mici sau asupra celor situate în preajma privitorului.

Există un punct de la care senzația de relief variază de la un spectator la altul. Acest efect este detectat de privitor în legătură cu relația între talia unui obiect și relieful său.

Obiectele privite se integrează întotdeauna într-o organizare spațială la scara umană. Această scară nu are implicații geometrice particulare, personale, atât timp cât valorile globale sunt respectate între ele.

Aceste efecte se produc ca și cum omul posedă un *credit al reliefului* care atribuie obiectelor și peisajelor vizionate o dimensiune raportată la valoarea fizio-psihologică proprie persoanei sale.

Experiența personală este esențială, pentru că aceasta "aduce" imaginile privite de o persoană la dimensiunile și reperete spațiului propriu, personal.

Pornind de la imaginile oferite de un sistem, fiecare privitor și le organizează într-un spațiu personal, variabil de la un individ la altul. Acestea se organizează funcție de o scară proprie și de asemenea, funcție de experiențele personale.

6.3.2. Paralaxele

Măsurarea paralaxei presupune cunoașterea și evaluarea mai multor elemente, și anume:

- sistemul vizual de restituire a reliefului,
- sistemul optic de proiecție,
- sistemul optic de preluare a imaginii.

Toate trei sisteme au un parametru comun: *paralaxa*. *Paralaxa liniară* este expresia convergenței (ecartului unghiular) măsurată în valoare metrică liniară pe un plan normal la linia de vizionare, situat la o distanță dată de un punct precizat. Această definiție este valabilă pentru orice sistem optic sau vizual. În sistemul vizual, punctele de privit sunt ochii observatorului uman, iar planul de referință este reprezentat de imaginea observată [19].

Pentru sistemele vizuale care țin cont de poziția ochilor observatorului uman și a imaginii observate, formula simplificată este:

$$(6.10.) \quad F = Y \cdot \frac{D}{P}, \text{ unde:}$$

F - distanța de la punctul fix observat, la punctul de luat vederi (ochi);

Y - ecartul interpupilar;

D - distanța între planul imaginii și observator;

P - valoarea totală a paralaxei (incluzând două semiparalaxe, stânga și dreapta, între punctele omologe și axele paralele spre punctele de privit - și nu distanța dintre ele);

Această formulă generală rămâne valabilă și dacă imaginea este amplificată prin proiecție sau redusă prin preluare de imagine.

Dacă se notează cu:

N - coeficientul de amplificare al proiecției;
D - distanța dintre punctul de privit și planul imaginii;
T - tirajul obiectivului de proiecție;
atunci se recomandă să se folosească relația:

$$(6.11.) \quad N = \frac{D}{T}$$

Dacă ultimul plan al imaginii se apropie de infinit (paralaxa este nulă), proiecția va fi greu tolerată de privitor, pentru că nu va exista ideea de profunzime a imaginii.

Paralaxa de profunzime (ΔP) se calculează determinând paralaxele P și P' pentru planurile F și F', respectiv distanțele față de ultimul plan și față de primul plan, în raport cu ochiul observatorului.

$$(6.12.) \quad \Delta P = P' - P$$

6.3.3. Efectul de fereastră

Funcție de valoarea paralaxelor, punctele de luat vederi ar putea fi poziționate în spațiu la distanțe inferioare față de distanța privitor – ecran de redare imagine.

Efectul de fereastră este un caz particular, care rezultă din aplicarea valorii paralaxelor la apariții influențate de poziția privitorului față de ecran, deoarece se raportează la condiția teoretică conform căreia valoarea paralactică a punctelor considerate trecute de ecran trebuie să aibă valoarea ecartului interpupilar.

Toate punctele care au exact această valoare vor fi poziționate ca fiind staționare. Impresia obținută este de "țâșnire", iar dacă întunericul este absolut, toate punctele vizualizate dau impresia că plutesc în spațiu. Impresia de "țâșnire" este și mai puternică dacă privitorul înaintează spre ecran.

Punctele aflate în spatele ecranului par că se depărtează.

Acesta este un efect optic care poate fi controlat prin calcul. Nu trebuie abuzat de acest efect, dar el poate fi folosit pentru a menține activă atenția privitorului, precum și senzația de relief, de real, de mișcare.

6.3.4. Efectul de bord

Dacă ultimul plan de vizualizare este situat la infinit, efectul de "țâșnire" obligă privitorul să efectueze o convergență semnificativă a obiectului, spre 2,5m ÷ 3m față de primul plan admisibil.

În absența unor ultime planuri îndepărtate, se poate depăși limita de profunzime admisibilă.

De asemenea, se pot considera ca parte a imaginii și integrate acesteia, obiectele care au propriile lor coordonate. Dacă imaginea se mărește spre ordinul de mărime al ecranului, acele obiecte vor fi percepute de către privitor ca margini ale ecranului.

Principiul teoretic al acestui efect este următorul: pentru ca obiectele să pară reale, marginile ecranului nu trebuie să se observe.

De aceea, este important ca poziția obiectelor să fie compatibilă simultan cu zonele de fuziune. În caz contrar, se înregistrează *efectul de bord*, care poate fi remediat prin calcule efectuate de către proiectant.

Acest efect se produce și atunci când, datorită ecartului punctului de privire, marginile unui obiect nu se află în același timp în cele 2 imagini (ochi drept - ochi stâng), cu alte cuvinte când un punct nu are omologul său în ambii ochi. Marginile câmpului vizual care sunt greu percepute de către privitor, se inhibă.

Se recomandă focalizarea pe obiecte foarte apropiate (ca și în realitate), ceea ce evită "țâșnirea" laterală, mai ales atunci când se privește marginea imaginii.

Uneori, efectul de "țâșnire" este folosit intenționat pentru efecte speciale. Se obține acest efect atunci când obiectele luate din apropiere sunt proiectate la distanțe inferioare distanței lor de ecran.

Acesta este un efect posibil de obținut artificial prin diminuarea bazei proiecției

6.3.5. Holografia

Holografia este un alt procedeu recomandat pentru redarea reliefului prin utilizarea reconstituirii optice în spațiu (holograma) [18], [25], [36]. Explicația tehnică a procedurii este că acesta se produce datorită informațiilor cu frecvență și amplitudine diferite, transmise prin emisii electromagnetice modulate de relieful obiectului.

Dacă *principiul stereografiei* constă în restituirea reliefului obiectelor după descompunerea și recompunerea a două imagini, *principiul holografiei* constă în proiecția unui obiect unic, ca și în realitate, pentru care informațiile de natură ondulatorie sunt recepționate și transmise de un fascicol de frecvență dată. Prin jocul interferențelor (avans / întârziere în propagare), fascicolul este modulat și înregistrat. Decodarea, prin fascicol laser de aceeași natură, restituie relieful de origine.

Metoda este dificilă și costisitoare. De asemenea, este dificil să se opereze în mediul natural exterior, laserul fiind parazitat de lumina ambientală. Este dificil de realizat restituirea culorilor, ceea ce limitează aplicațiile holografiei. Această tehnică se află în continuare în atenția specialiștilor, pentru posibile valorificări spectaculoase.

6.3.6. Imaginea multiplexată

Obținerea imaginii multiplexate este un procedeu apropiat de efectul de holografie, cu deosebirea că imaginea multiplexată face apel la informațiile recepționate pe un film holografic sub formă de imagini stereoscopice, pe care laserul le metamorfozează de o manieră foarte fină, prin procedee laborioase de laborator [43], [31].

Relieful este restituit prin difracția luminii emise pornind de la o sursă punctuală. Această metodă permite să se înregistreze și să se restituie privitorului sute de imagini în timp foarte scurt.

Tehnica este foarte utilă pentru redarea unui obiect în mișcare.

Prin deplasarea unei camere de luat vederi în jurul unui obiect, se poate obține o mică secvență **3D**, deși obiectul multiplexat rămâne imobil.

Ca dezavantaj, numărul de spectatori care pot privi în același timp astfel de scene **3D** este limitat. Ca avantaj semnificativ, se semnalează absența ochelarilor stereoscopici în obținerea senzației de relief.

6.3.7. *Imaginea animată în relief*

Problema obținerii animației pe calculator este foarte complexă, dar teoretic poate fi redusă la comanda automată cu ajutorul unui calculator a convergenței axei a două camere de luat vederi. Se utilizează sisteme anaglifice și mai recent, lumina polarizată [31].

Pentru realizatori este foarte problematică sincronizarea imaginilor care defilează în două proiectoare diferite. Se folosește un sistem de dedublare prin utilizarea unor prisme: imaginile se dispun una deasupra celeilalte sau alături. Avantajul este conservarea formei inițiale a imaginii plane. Datorită dispariției imaginii de două ori în timp de 1/25 de secundă, durata stabilizării nu este decât de 1/50 dintr-o secundă. Aceasta induce o clipire jenantă, care se remediază doar dublând ritmul proiecției.

De asemenea, la mișcări foarte rapide, se înregistrează distorsiuni și oboseală vizuală.

În concluzie, există probleme tehnice și tehnologice legate de utilizarea acestor artificii fizico-optice. Echipamentele sunt scumpe. O soluție ieftină ar fi utilizarea ochelarilor care se confecționează din carton, însă aceștia nu se așează bine pe figură, iar calitatea optică lasă mult de dorit.

Cu toate aceste inconveniente, confortul estetic este considerabil deoarece senzația de relief dă o deosebită credibilitate și realism imaginii oferite subiectului spre vizualizare.

În mediile 3D obținute prin sinteză grafică se impune conjuncția între două reprezentări ale realului: o imagine numită naturală, care pare obiectivă, și o imagine calculată, numită artificială. Imaginea de sinteză, lipsită actualmente de calitate artistică comparativ cu fotografia clasică, începe să se impună. Privite în ansamblu, cele două forme de reprezentare a realului ca sugestie a sa, se pot îmbogăți una pe alta.

În imaginea de sinteză, fiecare informație elementară este digitizată, reperată și poziționată în spațiul-ecran, după calcule geometrice în două sau trei dimensiuni.

Rezoluția este limitată la numărul de informații calculate pe imagine (produsul „pixel x număr de linii”). Uneori, puterea procesorului care calculează imaginea dinamică în timp real este limitată la numărul de pixeli disponibili într-un anumit interval de timp.

Imaginea de sinteză tridimensională, în culori și animată necesită bugete considerabile deoarece pentru realizarea acesteia trebuie ținut cont de:

- numărul de linii de baleiaj;
- finețea tubului ecranului;
- numărul de pixeli pe suprafață;
- timpul de răspuns;
- perturbațiile sau bruiatul (alterează acuitatea vizuală).

Se recomandă tehnica numită "*evantai de raze*", care tratează imaginea punct cu punct, dar necesită o putere de stocare/memorare aproape de neatins cu tehnologia actuală.

Unele sisteme optoelectronice utilizează ceramica, altele cristalele lichide (ultima tehnologie este mai simplă, iar prețul mai accesibil).

Problema scintilării legată de defilarea alternativă a imaginilor de la stânga la dreapta ecranului este deja rezolvată de tehnicieni prin dublarea frecvenței. Se rezolvă efectul de "pureci" prin utilizarea unor sisteme de înaltă definiție.

6.4. Mărimi fotometrice

Mărimile cu care se lucrează în fotometrie sunt funcții ale lungimii de undă a razelor luminoase. Fiecare radiație având o lungime de undă λ , este caracterizată prin eficacitatea luminoasă relativă $v(\lambda)$, care corespunde unui observator mediu. Ochiul uman este mai sensibil în anumite plaje ale lungimilor de undă, decât în altele.

Obiectul fotometriei este să definească lumina mai mult prin impresia vizuală rezultată și mai puțin prin energia sa. Se echivalează fiecare rază de lumină cu asociatul acesteia luminos. Mărimile fotometrice și echivalentele acestora luminoase sunt prezentate în tabelul următor:

	Mărime energetică	Mărime luminoasă
Fluxul	$\Phi(x); [\text{watt}]$	$\Phi_v; [\text{lumen}]$
Intensitatea	$I(\lambda) = \frac{d\Phi(\lambda)}{d\Omega}; [\text{watt} / \text{steradian}]$	$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega}; [\text{candela}]$
Claritatea	$E(\lambda) = \frac{d\Phi(\lambda)}{dA}; [\text{watt} / \text{m}^2]$	$E_v = \frac{d\Phi_v}{dA}; [\text{lux}]$
Luminozitatea	$L(\lambda) = \frac{d^2\Phi(\lambda)}{dS \cos \beta d\omega};$ [watts / steradian. m ²]	$L_v = \frac{d^2\Phi_v}{dS \cos \beta d\omega}; [\text{candela} / \text{m}^2]$

Toate noțiunile prezentate depind de lungimea de undă. În realitate, dacă s-ar dori modelarea interacțiunilor luminoase între diferite obiecte care compun o scenă, ar fi practic imposibil de calculat aceste interacțiuni pentru toate lungimile de undă ale spectrului vizibil.

Pentru a simplifica aceste calcule, se apelează la *eșantionarea* în trei lungimi de undă corespunzătoare culorilor: *roșu, verde și albastru*.

Această simplificare prin eșantionare este satisfăcătoare pentru majoritatea aplicațiilor de sinteză grafică. Pentru situațiile în care culorile trebuiesc redade de o manieră foarte exactă, se apelează la un eșantionaj mai fin, în spectrul vizibil, acesta redându-se bine prin dispersia luminii sub formă de distribuție de energie a sursei luminoase.

Interacțiuni între lumină / obiecte

Radiația emisă de o suprafață într-o direcție dată este definită ca suma intensităților proprii și reflectate:

$$(6.13.) \quad I(\theta_r, \Phi_r) = I_{\text{emisă}}(\theta_r, \Phi_r) + I_{\text{reflectată}}(\theta_r, \Phi_r),$$

unde (θ_r, Φ_r) este o direcție de emisie definită.

Singurele componente ale unei scene care au propria lor intensitate, sunt sursele de lumină. Pentru toate suprafețele. Intensitatea cu care acestea emit în fiecare direcție depinde de maniera în care ele reflectă razele primite.

În general, *reflectanta unei suprafețe* este dată de suma a două componente, una difuză și una speculară. O suprafață posedă o componentă *difuză* dacă ea reflectă energia sa în mod uniform în toate direcțiile emisferei plasate în fața sa. O suprafață se numește *speculară* dacă ea se comportă ca o oglindă ideală: energia este reflectată într-o direcție simetrică cu direcția de incidență față de normală.

6.5. Modele de iluminare

Scopul modelării iluminării este de a găsi ecuațiile matematice ale fluxurilor luminoase care tranzitează o scenă. Un flux se poate datora emisiei proprii a unei surse luminoase sau proprietăților de reflexie și de refracție a unei suprafețe oarecare.

Un element important pentru grafica de sinteză pe calculator este raportul între complexitatea modelului utilizat și timpul corespunzător de execuție pentru redarea imaginii / scenei realizate. Pentru un simulator de zbor de exemplu, este mai importantă fluiditatea afișajului, decât precizia iluminării. La extrema opusă, dacă un arhitect vrea să modeleze un apartament și vrea să vizualizeze atmosfera luminoasă a acestuia în diferite momente ale zilei, el va trebui să utilizeze un model de mai mare precizie pentru calculul iluminării.

6.5.1. Modelul local de iluminare al lui Phong

Un model local ține cont doar de interacțiunile suprafață obiect – sursă de iluminare. Modelul lui Phong este un model local devenit clasic, care separă reflectanța între o componentă difuză și una speculară.

Reflectanța speculară bidirecțională este dată de formula:

$$(6.14.) \quad v_{\lambda}(\lambda\theta_r, \varphi_r, \theta_i, \varphi_i) = k_{\text{difuz}} + k_{\text{specular}} \cdot \cos^n \phi;$$

unde:

k_{difuz} - fracțiunea de energie de incidență reflectată în mod difuz;

k_{specular} - fracțiunea de energie incidentă reflectată în mod specular;

ϕ - unghiul între direcția simetrică și direcția de observare.

În modelul Phong de iluminare, singurul coeficient independent de lungimea de undă " λ " este coeficientul specular. Pentru a evalua culoarea unui obiect, ecuația lui Phong controlează un mare număr de lungimi de undă. În mod simplificat, se evaluează cele trei lungimi de undă fundamentale: roșu, verde, albastru. Culoarea este redată prin valorile diferite ale coeficienților de reflexie pentru cele trei lungimi de undă.

De exemplu, pentru a reda un obiect de culoare roșie, coeficienții de difuzie vor fi:

$$(6.15.) \quad \begin{aligned} k_d(\text{rosu}) &= \text{constant}; \\ k_d(\text{verde}) &= k_d(\text{albastru}) = 0. \end{aligned}$$

6.5.2. Modelul global de iluminare

Într-un model local, reflexia se calculează local pentru fiecare punct al suprafeței. Modelele locale nu țin cont de reflexiile multiple, ceea ce afectează realismul imaginilor calculate.

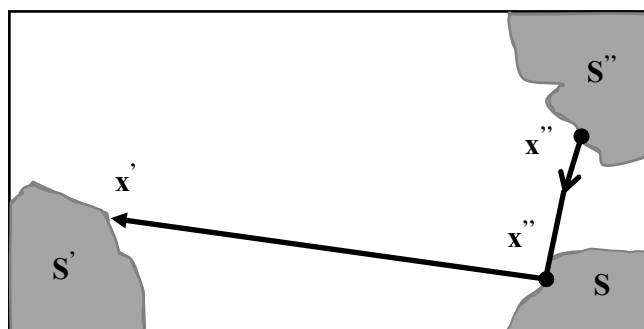


Figura 6.5. Transferul de energie între obiectele unei scene

În realitate, o suprafață poate primi energie luminoasă de la o sursă directă sau în mod indirect, prin una mai multe reflexii de pe alte suprafețe. Aceste reflexii suplimentare se au în vedere în simularea care stă la baza modelelor globale. (Figura 6.5.)

Energia emisă de o suprafață este întotdeauna suma energiei sale proprii (dacă este o sursă) și a "părților" de energie primită prin reflexie.

Principiul de bază al modelelor globale de iluminare este conservarea energiei.

Inițial, după modelarea scenei (obiectele care compun mediul de sinteză, decorul și alte elemente), sursele se definesc ca fiind obiectele din scenă care posedă o energie proprie și pe care pot să o emită în scenă.

Un model global reprezintă de fapt modelul distribuției acestei energii în scenă.

Principul „lansării razelor” constă în urmărirea traseului luminos al unei raze într-o scenă. Pentru o poziție fixă a observatorului și o direcție unică de observare, metoda constă în trasarea razelor de la observator spre suprafețele obiectelor din scenă. Pentru aceasta, se fixează o grilă de pixeli (funcție de rezoluția imaginii de calculat) și se lansează una sau mai multe raze spre pixeli, cu scopul de a determina culoarea acestora. Culoarea afectată la un anumit pixel depinde de prima suprafață întâlnită de rază. O dată această suprafață determinată, calcularea iluminării sale se face lansând raze secundare de mai multe tipuri: raze spre fiecare sursă și raze reflectate și transmise. Iluminarea pixelului studiat este contribuția tuturor acestor raze diferite.

Toate modelele de iluminare prezentate anterior, tratează iluminarea tuturor punctelor de pe toată suprafața. Apar probleme referitoare la continuitatea iluminării unei suprafețe în situații reale. O suprafață se compune dintr-o infinitate de puncte. Apare necesitatea limitării calculului de iluminare la câteva puncte pe fiecare suprafață.

În mod simplist, o suprafață se descompune în elementele geometrice componente (primitive) numite fațete. Calculul iluminării se face pentru aceste fațete elementare.

Metoda lui Lambert propune să se considere intensitatea constantă pe toate fațetele. Este suficient să se calculeze intensitatea luminoasă în centrul fațetei, de exemplu, și să se afișeze această valoare în toate punctele fațetei.

Rezultatul acestei metode este o vizualizare în care apare net delimitată fiecare fațetă, iar aspectul este "fațetizat".

Pentru a elimina acest inconvenient, Gouraud propune calcularea intensității în fiecare vârf al poligonului care reprezintă suprafața, fiecare vârf având propria sa normală, calculată prin înjumătățirea normalelor fațetelor la care acest punct este vârf.

Apoi, valoarea intensității luminoase în fiecare punct al suprafeței se calculează printr-o dublă interpolare liniară asupra valorilor în vârfurile care compun poligonul.

Vizualizarea se ameliorează prin dispariția aspectului "fațetizat" al suprafeței. **Metoda lui Gouraud** are limitele sale care provin din faptul că nu poate reda reflexia speculară.

6.5.3. Principiul lansării de raze

Tehnica lansării de raze se bazează pe un algoritm de redare realistă și anume pe parcurgerea inversă a traseului razelor luminoase (*Figura 6.6.*).

Acest algoritm realizează două prelucrări în același timp: calculul iluminării și eliminarea părților ascunse. În plus, el ține cont de toate fenomenele luminoase (reflexia și refracția) într-o manieră foarte naturală.

Principiul lansării razelor este următorul: pentru fiecare pixel al imaginii, o rază provenind de la observator este lansată în scenă, spre pixelul respectiv. Aceasta se numește *rază primară*. Algoritmul specific metodei calculează intersecția acestei raze cu toate obiectele din scenă. Se reține doar intersecția cea mai apropiată, precum și obiectul respectiv.

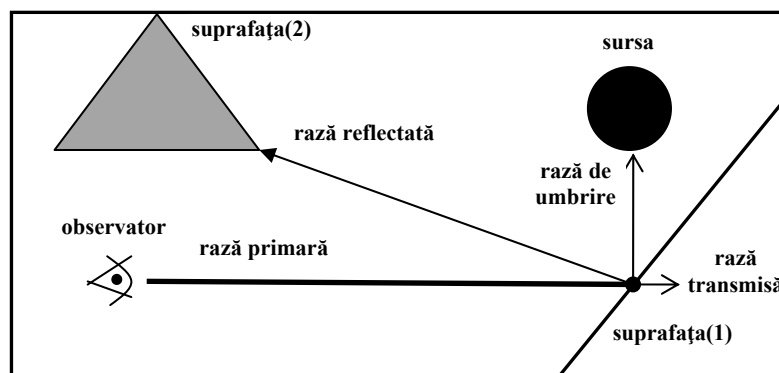


Figura 6.6. Principiul lansării razelor

Pornind de la această intersecție, razele sunt trimise spre sursă, pe direcția speculară și pe direcția refractată.

Acestea se numesc *raze secundare*, iar razele transmise spre sursă, se numesc *raze de umbrire*. Acestea din urmă permit testarea condiției ca punctul de intersecție să fie iluminat de către sursă, doar dacă el contribuie la colorarea pixelului sau la umbrirea altui obiect.

Razele pe direcția speculară dau o reflexie a obiectelor scenei asupra unui anumit obiect, numai dacă acest obiect are calitatea de reflexie.

În aceeași manieră, o rază refractată permite "să se vadă" printr-un obiect, în cazul obiectelor transparente sau translucide.

Foarte reușit la acest algoritm este faptul că ține cont într-un mod foarte natural de fenomenele de reflexie/ refracție și de transparentă.

Pentru exemplificare, algoritmul lansării razelor se rezumă astfel:

Pentru toți pixelii din imagine:
Calculează raza primară.
Pentru fiecare obiect;
Calculează intersecția obiectului cu raza;
Memorează cea mai apropiată intersecție
și obiectul cel mai apropiat.
Dacă se intersectează, atunci:
Lansează raze spre sursă;
Calculează intersecția razelor cu obiectul;
Dacă nu se intersectează, atunci:
Calculează contribuția liminoasă;
Dacă obiectul este reflectant, atunci:
Lansează raze reflectate;
Dacă obiectul este transparent, atunci:
Lansează raze de refracție;
Pentru fiecare rază calculează intersecția.

Intensitatea luminoasă a unui pixel este dată de formula:

$$(6.16.) \quad I = I_{\text{ambient}} + K_{\text{difuz}} \cdot \sum_{l=0}^L (N \cdot L_l) + K_{\text{specular}} \cdot S + K_{\text{transmis}} \cdot T;$$

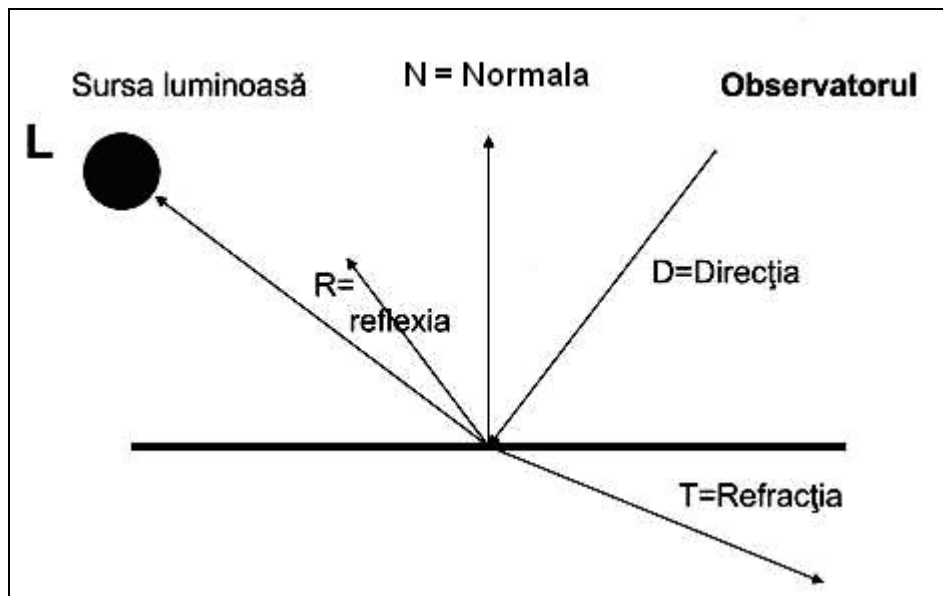


Figura 6.7. Razele primare și razele secundare

R și T sunt intensități ale razelor pe direcțiile de reflexie și de refracție. Fiecare sursă luminoasă contribuie prin două tipuri de iluminare: difuză și speculară. Intensitatea difuză este independentă de poziția observatorului.

$$(6.17.) \quad I_{\text{difuză}} = K_{\text{difuz}} \cdot (N \cdot L);$$

unde: N - normala obiectului la punctul de intersecție;
L - raza din punctul de intersecție spre sursa luminoasă.
Componenta speculară, care depinde de poziția observatorului este:

$$(6.18.) \quad I_{\text{specular}} = K_{\text{specular}} \cdot (R \cdot L)^k$$

Coeficientul "K" ține cont de caracteristicile obiectului și depinde de materialul din care este alcătuit acesta.

În aplicarea algoritmului lansării de raze, operația de bază este calculul intersecției. De fapt, acest calcul consumă aproximativ 80% din timpul global de execuție al algoritmului. În plus, acest timp depinde de numărul de obiecte dintr-o scenă (se multiplică).

Se cunosc mai multe tehnici de accelerare a calculelor în cadrul acestui algoritm, printre care: tehnica înglobării în volume și tehnica subdivizării spațiale.

Prima metodă, a *înglobării în volume* constă în înglobarea unui grup de obiecte ale scenei într-un obiect simplu compus, pentru care calculul intersecției nu este prea complex și nu necesită timpi mari de execuție.

Metoda subdivizării spațiale constă în împărțirea scenei într-o rețea de cuburi elementare. Rețeaua poate fi regulată sau nu. Raza traversează spațiul scenei din cub în cub. De fiecare dată când raza se află într-un cub, algoritmul testează dacă acest cub este ocupat de obiecte sau nu. În caz că nu se îndeplinește această condiție, raza trece la cubul următor.

6.6. Metode de texturare

Modelarea geometrică a suprafețelor obiectelor care compun o scenă, precum și calcularea umbririi și iluminării acestei scene, nu sunt suficiente pentru a obține o imagine realistă. Suprafețele obiectelor naturale au aspecte foarte diferite, care nu sunt întotdeauna netede sau de o culoare uniformă.

O caracteristică foarte importantă pentru redarea obiectelor este *textura* și aceasta este indispensabilă pentru realismul imaginii de sinteză.

Pentru aplicarea de texturi pe obiecte tridimensionale, se cunosc metode care se bazează pe "acoperirea" cu imagini plane (texturi bidimensionale sau fotografii) a obiectelor aparținând unor scene în relief.

Utilizarea efectivă de către proiectant a unei anumite tehnici de reprezentare sau a unei combinații de metode, se justifică prin diferența între tipurile de texturi ce trebuie sintetizate (de exemplu, munții prin modelarea fractală, materialele de tip lemn, marmură etc. prin modelarea texturilor solide și, în fine, focul, apa sau fulgerul, prin modelarea pe bază de sisteme de particule). Acoperirea cu textură bidimensională prezintă dezavantajul că modifică destul de vizibil culoarea suprafeței obiectului. Se mai recomandă metodele din grupa "*deformărilor digitale*", care permit asocierea în vederea deformării, a imaginilor plane cu obiecte de asemenea bidimensionale.

În practică, se folosesc combinații de metode, procese și funcții, deseori aleatoare, având ca obiectiv efectul tridimensional realist obținut ca rezultat și timpii de execuție efectivă a încărcării scenei.

Pentru această operațiune, în literatura franceză se folosește termenul "*placage*", iar autorii de limbă engleză utilizează expresia "*texture mapping*".

Metodele bazate pe *acoperire* reprezintă o modalitate destul de simplă de introducere a texturilor realiste în imagini sintetice tridimensionale, dar

prezintă inconvenientul limitării la dimensiunile efective ale fotografiei texturii utilizate pentru acoperire.

S-au dezvoltat alte metode de generare directă a texturilor bidimensionale și tridimensionale. Acestea se bazează în general pe principiul conform căruia se caută stabilirea unei corespondențe între o imagine bidimensională și o suprafață tridimensională.

În *Figura 6.8.* se prezintă modul în care "acoperirea" transformă un plan texturat (u, v) într-o suprafață tridimensională, pe care apoi o proiectează pe un plan (x, y), care este ecranul de vizualizare.

Această compoziție de proiecții este de fapt, o transformare care permite să se atribuie fiecărui pixel de pe ecranul de vizualizare o anumită intensitate funcție de textura inițială. Acest efect se poate obține în două maniere diferite: fie utilizând transformarea perspectivă directă, fie utilizând transformarea inversă [49].

Transformarea perspectivă directă constă în baleiajul texturii, dar aceasta presupune accesul secvențial la textura care se folosește pentru acoperire și există riscul ca unii pixeli să fie colorați de mai multe ori și să apară ca incerți în imaginea finală.

Complicațiile acoperirii bidimensionale pot fi diminuate prin descompunerea în două acoperiri monodimensionale, prin aplicarea primei acoperiri direct pe liniile de baleiaj ale ecranului, iar a celei de-a doua acoperiri elementare, după coloanele de baleiaj ale acestuia.

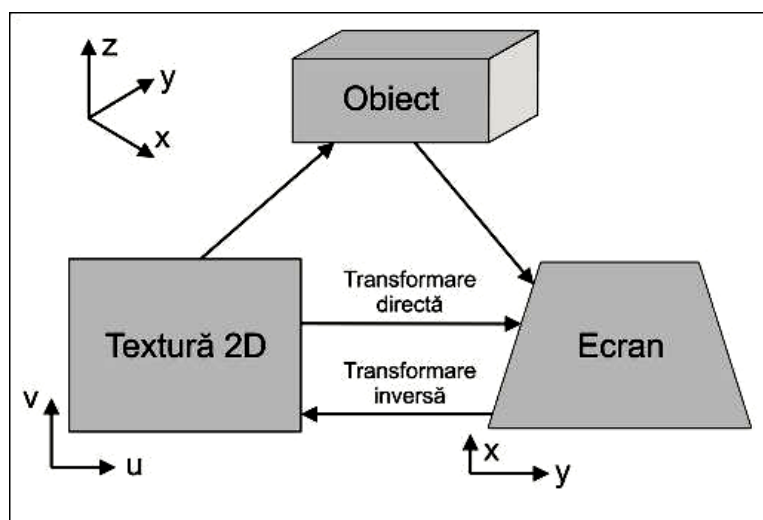


Figura 6.8. Schema generală de acoperire cu textură bidimensională a unui obiect tridimensional

Cu excepția cazurilor de figuri simple (cum este: planul, sfera, cilindrul) funcția inversă nu este prea ușor de calculat de o manieră explicită.

S-a încercat rezolvarea acestei probleme prin metodele următoare:

- **Metoda algoritmului de subdiviziune.** Acest algoritm nu impune calcule de transformare inversă. A fost dezvoltat mai ales pentru cazul particular al suprafețelor bicubice. Ideea acestui algoritm a fost de a crea o corespondență între o formă geometrică elementară bidimensională conținând textura dată (pătrat) și o bucățică de suprafață din obiectul tridimensional (petec). Apoi, pătratul se subdivizează simultan în patru sub-pătrate și la fel, petecul de suprafață a obiectului tridimensional. Această subdivizare continuă

Într-o manieră recursivă, până când proiecția unui "petec" pe ecran se regăsește în centrul unui pixel.

Se calculează intensitatea pixelului, operație care se poate realiza simplu, calculând punctele texturii care sunt asociate câte unui pixel restant. Această tehnică de eșantionare a suprafețelor obiectelor tridimensionale conduce uneori la distorsiuni ale texturii proiectate și poate crea efecte neplăcute în momentul vizionării, care se pot apoi atenua prin tehnici complicate.

• **Metoda de acoperire cu textură în doi pași.** Principiul metodei constă în faptul că textura se aplică inițial pe o suprafață tridimensională intermediară și apoi se plasează pe suprafața obiectului propriu-zis. Forma suprafeței intermediare trebuie să fie mai simplă decât a obiectului de la care se pornește (plan, cilindru, paralelipiped, sferă), astfel încât să se poată determina ușor o funcție inversă. Realizată în această manieră, acoperirea intermediară nu prezintă dificultăți majore. Această metodă funcționează mai mult sau mai puțin bine, funcție de forma suprafeței intermediare adoptate.

Indexarea texturilor

Acoperirea cu textură are ca efect modificarea aspectului și culorii suprafeței obiectelor tratate, ceea ce, în consecință, înseamnă modificarea coeficientului de reflexie difuză în fiecare punct al suprafeței obiectului. Pornind de la aceasta, trebuie să se țină cont de perturbațiile valorilor altor parametri care intră în calculul umbririi sau iluminării punctelor și anume:

- valorile normalelor;
- coeficienții de reflexie speculară;
- coeficienții de reflexie difuză;
- transparenta;
- reflexia;
- refracția.

Se constituiesc matrici în care se depun valorile perturbațiilor. Fără a necesita obligativitatea deformării suprafețelor, metodele de perturbare a valorilor parametrilor permit controlul orientării aparente a acestor suprafețe.

Fără a pretinde o creștere evidentă a calității imaginii pe care o produce, metoda acoperirii cu textură poate completa sau chiar substitui în mod avantajos procedeul lansării de raze, mai costisitor ca necesar de resurse hardware și ca timp de execuție.

Problema reflexiei între obiectele aceleiași scene se rezolvă în acest caz, prin acoperirea cu textură a întregului obiect reflectant și strălucitor. În acest mod, textura modifică coeficientul de reflexie speculară și difuză al obiectului respectiv.

Pentru a realiza decorul (mediul în care este integrat obiectul) se utilizează un obiect fictiv, de formă simplă (sferă, cub, cilindru etc.) și de talie infinită. În acest obiect fictiv global sunt inserate obiectele elementare care compun o scenă, același pentru toate variantele acestei scene, pentru un punct de privit dat.

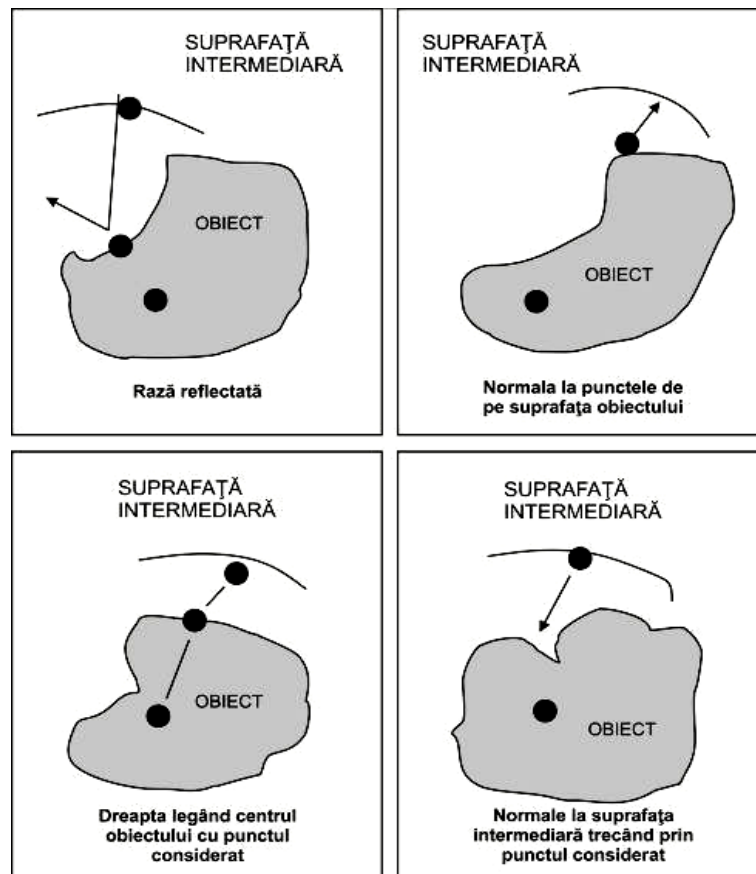


Figura 6.9. Strategii pentru indexarea texturii

Indexarea texturii nu se face pentru mai mult de doi parametri (u, v) în planul texturii. În schimb, aceasta se face pe direcția razei reflectate - în cazul "mapării" reflexiei speculare, și pe direcția normalei la suprafață, în cazul reflexiei difuze (Figura 6.9.)

Interpolarea texturilor

Calculul unei texturi în fiecare punct al unui obiect, poate fi destul de costisitor ca timp de execuție. Deseori poate fi util să se poată interpola o textură în interiorul fațetelor plane care modelează suprafața unui obiect neparametric.

Metodele descrise anterior pot fi utilizate pentru a determina o valoare de textură în fiecare vârf al fațetelor suprafeței. Din păcate, calculul valorii texturii pentru punctele interioare ale fațetelor poligonale prin metode similare celor folosite de Gouraud sau Phong pentru calculul umbririi, nu funcționează prea bine în situații particulare.

O metodă alternativă este interpolarea la marginile poligoanelor elementare și apoi de-a lungul liniilor de baleiaj.

Exceptând cazul în care se folosesc fațete triunghiulare, această metodă conduce la erori de percepție a perspectivei, destul de jenante în cazul producției grafice pentru animație.

Pentru a obține rezultate mai bune, se recomandă să se utilizeze proiecțiile paralele sau perspectivă ale unui plan ortogonal la direcția observatorului. Trebuie efectuate calcule complicate pentru a reda perspectiva fiecărui punct.

Acoperirea în perspectivă a unui punct al texturii (u, v) prin suprapunere pe un punct (x, y) al ecranului de vizualizare se exprimă prin următoarele relații:

$$u(x,y) = \frac{ax+by+c}{gx+hy+1};$$

(6.19.)

$$v(x,y) = \frac{dx+ey+f}{gx+hy+1};$$

Aceste calcule sunt de asemenea, costisitoare ca timp de execuție și de redare a imaginii prelucrate, ceea ce a determinat căutarea unor soluții mai facile pentru utilizator.

O primă soluție posibilă propune subdivizarea fațetelor poligonale până la nivelul la care variațiile de textură nu mai prezintă importanță, prin faptul că pentru calcularea valorilor texturii se poate folosi interpolarea liniară.

O altă soluție pentru simplificarea calculelor constă în aproximarea funcțiilor date în relațiile (6.19.) pentru $u(x, y)$ și $v(x, y)$, cu ajutorul funcțiilor polinomiale pătratice sau cubice.

Modelarea texturilor

Generarea texturilor bidimensionale se realizează cu ajutorul matricilor de puncte. Fiecărui punct al obiectului de modelat îi este afectată o valoare corespunzând unui anumit nivel de gri sau unei culori (o textură colorată este de fapt, rezultanta combinației unui motiv alb-negru pe o plajă colorată).

Două abordări diferite încearcă să definească această distribuție a valorilor texturilor.

O primă abordare, bazată pe *pixel*, se bazează pe o caracterizare globală a texturii. În acest sens, descriptorul texturii este generat într-un proces de distribuție spațială. Această abordare este considerată stohastică, deoarece ea presupune că abordarea tuturor eşantioanelor de textură reprezintă un proces aleator.

Abordarea stohastică este foarte utilă în cazul în care textura posedă un nivel de organizare greu sesizabil, deoarece proprietățile locale se conservă în macrotexturile identificate.

A doua abordare, numită *structurală*, consideră o textură ca fiind un aranjament al unui ansamblu de sub-motive spațiale care respectă reguli foarte precise de dispunere. Sub-motivele sunt în general constituite ele însele din sub-regiuni mai mici, poziționate după aceleași reguli de amplasare ca și sub-motivele spațiale. Această metodă de abordare ține cont de structura ierarhizată a texturilor naturale, unde sub-regiunile și regulile de amplasare pot fi reprezentate sau determinate prin metode matematice [2], [12], [17], [25].

Această modalitate de abordare este convenabilă mai ales pentru sinteza texturilor care posedă o organizare extrem de riguroasă (cum sunt materialele textile uniforme, prezentarea unor pereți finisați etc.).

Referitor la texturile pentru obiecte solide, tehnicile de acoperire cu texturi a obiectelor geometrice tridimensionale trebuie să rezolve câteva probleme delicate de realizare efectivă. Nerezolvarea acestora ar putea genera apariția unor defecte vizuale neplăcute în imaginile finale.

Una din problemele dificile este cea a rezolvării situațiilor de menținere a continuității și de asigurare a coerenței spațiale a texturii.

Aceste probleme apar mai ales în cazul în care acoperirea cu textură se face pentru obiecte foarte complexe sau alcătuite din numeroase mici suprafețe elementare.

Pentru a remedia aceste inconveniente, s-a apelat la diferite soluții. De exemplu, textura poate fi generată direct pe fațetele obiectului, prin utilizarea unor metode de sinteză de textură plană pentru cazuri particulare. Texturile particulare pentru obiecte solide constituie o alternativă interesantă a texturilor plane, care permit disocierea formei obiectului de textura sa. Imaginea care redă cel mai corect acest procedeu este aceea a sculptării unor anumite forme de obiect tridimensional într-un bloc solid de textură.

Algoritmii de generare a texturilor solide utilizează noțiunea de "zgomot solid", aceasta fiind definită ca o funcție aleatoare în care proprietățile statistice ale obiectului sunt cunoscute.

"Zgomotul solid" se poate calcula prin diferite metode. Cele mai utilizate apelează teoria lui Fourier care enunță că "toate funcțiile matematice relative la un fenomen, exprimate în domeniul spațial, pot fi reprezentate prin expresii de sinus și cosinus asemănătoare celor din domeniul frecvențelor.

În particular, această expresie trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- să fie în mod egal izotropică (invariantă prin rotație);
- să fie staționară (invariantă prin translație);
- să aibă o frecvență limitată.

Este posibil să se asocieze o valoare a "zgomotului solid" pentru fiecare punct al suprafeței unui obiect tridimensional creat prin sinteză grafică pe calculator. Această valoare este utilizată pentru a defini și influența culorile, formele și toate celelalte caracteristici predefinite pentru un obiect care aparține unei imagini de sinteză. De exemplu, pentru un bloc sferic de marmură, se reprezintă prin sinteză grafică, aplicându-se pentru toate punctele $X(x, y, z)$ ale unei sfere, funcția următoare:

$$(6.20.) \quad \text{marmură}(X) = f\{\sin[x + \text{turbulențele}(X)]\}$$

În această expresie, un "zgomot solid" de tip fractal numit "*turbulența X*" perturbează o funcție f de tip *Spline*, care utilizează o funcție sinusoidală pentru a simula vinișoarele de culoare de pe suprafața (reală) a unui bulgăre de marmură, care apar ca niște perturbații de culoare pe sfera (prea perfectă) obținută prin sinteză grafică.

Modelarea fractală

Geometria euclidiană cunoaște câteva limitări în reprezentarea formelor naturale.

Față de aceasta se impun noi abordări ale reprezentărilor geometrice, printre acestea numărându-se și *fractalii*. Cuvântul "*fractal*" derivă din adjectivul latin "*fractus*", al cărui verb corespondent "*frângere*" semnifică "a rupe pentru a crea fragmente neregulate".

Acolo unde geometria euclidiană produce o curbă pentru care distanța între două puncte se poate măsura, geometria fractală produce o infinitate de puncte.

Două noțiuni caracterizează un fractal: *autosimilaritatea* și *dimensiunea fractală*.

Autosimilaritatea semnifică faptul că o curbă se poate diviza în mod recursiv și că, la fiecare etapă, forma fiecărei părți obținute posedă forma generală a părții de curbă din care derivă.

Exemplul cel mai cunoscut este cel al *curbei lui Koch* (Figura 6.10.)

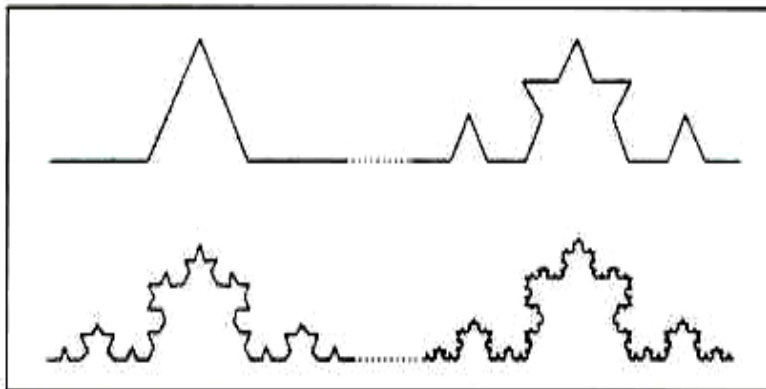


Figura 6.10. Curba lui Von Koch

Dimensiunea fractală este o noțiune atașată autosimilarității.

Se consideră un obiect oarecare, având trăsătura de autosimilaritate, care are o dimensiune " D " și care este împărțit în " N " mici copii ale sale. Fiecare dintre aceste copii constituie o reproducere redusă la un factor de scară " r " a obiectului inițial:

$$(6.21.) \quad r = \frac{1}{\sqrt[D]{N}}$$

De exemplu, în cazul unui pătrat ($D=2$) care se divide în N părți egale, r este:

$$(6.22.) \quad r = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Dimensiunea fractală a curbei similare este chiar acest număr D , care se poate exprima astfel:

$$(6.23.) \quad D = \frac{\log N}{\log\left(\frac{1}{r}\right)}$$

Se utilizează numeroase tehnici pentru a genera curbe fractale. Acestea se clasifică în două grupe mari: curbe fractale aleatoare și curbe fractale deterministe. Curbele fractale deterministe folosesc pentru trasare funcțiile matematice de izometrie (rotația), de similitudine și de afinitate, precum și combinarea rezultatelor lor.

Ansamblul de funcțiuni folosite este cunoscut sub numele de **IFS** (*Interactive Function System*). Acesta este un ansamblu de transformări afine conform cărora fiecare element este asociat unei probabilități aleatorii date.

Amplasarea topologică este realizată conform "teoremei colajului", care se bazează pe recunoașterea unei figuri prin transformările sale.

Obiectele care se întâlnesc în lumea reală nu pot fi modelate prin **IFS** și prin curbe fractale deterministe. Din acest motiv se apelează la o a doua grupă

de metode de formare a curbelor fractale aleatoare, acestea pretându-se mai ales la sinteza unor montaje tridimensionale sau a nuanțelor de culoare.

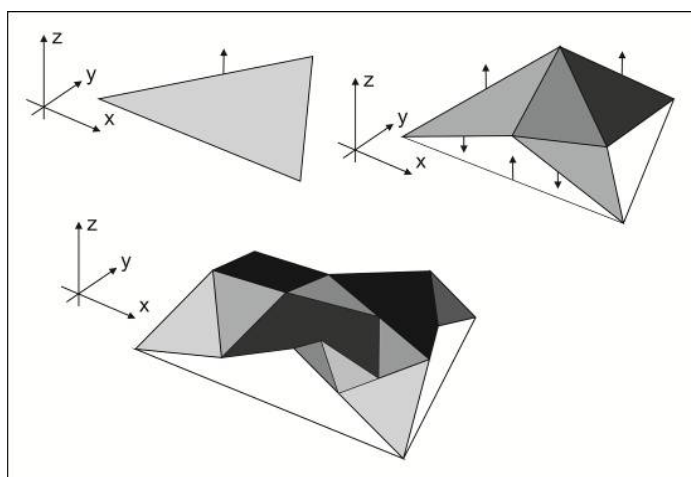


Figura 6.11. Peisaje montane fractale

Elaborarea unui obiect stochastic poate apela la o cascadă de procese. Tehnicile de sinteză fractală aleatoare utilizează statistici de tip gaussian, dar sunt posibile și alte forme de distribuție. De exemplu, cea mai frecventă utilizare a distribuției binomiale este pentru a reprezenta văile și piscurile peisajelor montane (*Figura 6.11.*).

Munții fractali se obțin prin subdivizarea de o manieră recursivă, a unui poligon inițial. Tehnica constă în a determina (și a perturba în mod aleator) înălțimea centrală și mijlocul laturilor poligonului. Pe lângă rezultatele impresionante raportate de utilizatorii acestui procedeu, un avantaj considerabil este faptul că se obține orice nivel de detaliere se dorește, ceea ce simulează de o manieră procedurală modul subiectiv de a privi relieful, al unui observator real. Pentru imaginile fractale, se folosesc mai mulți algoritmi de calcul specifici pentru determinarea suprafețelor ascunse sau a umbririi.

CONCLUZII

Realitatea virtuală (RV) este o metodologie nouă care îmbină informatica, optica și robotica. Incursiunea în virtual este o călătorie într-o regiune improbabilă, generată din date numerice stocate în calculator.

La această dată, literatura asupra realității virtuale este puțin numeroasă. La cele câteva publicații asupra acestui domeniu, se adaugă emisiunile TV și conferințele care abordează domeniul în diferite maniere, unele inconsistente, ceea ce a creat uneori confuzii. Se asociază realitatea virtuală cu prezența căștilor de vizualizare montate pe capul utilizatorului echipat, eventual, cu mănuși de retur senzorial, deoarece aceste interfețe au fost folosite în simulare.

Lumea virtuală este un mediu în care un participant uman interacționează cu o lume generată de calculator, prin intermediul unor informații de ordin vizual, auditiv, chinestezic.

În lumea reală, cele cinci simțuri ale omului primesc un flux continuu de stimuli (vizuali, auditivi, olfactivi, tactili, gustativi), precum și stimuli interni (efort fizic, temperatură internă și externă etc.). Fluxul de informații captate de terminațiile nervoase și transmise la creier, este de sute de milioane/secundă.

La ora actuală, sistemele de calcul sunt incapabile să transporte și să administreze un asemenea trafic de date. În plus, încă nu pot fi sugerate senzații ca cele de gust și de miros.

Reproducerea universului real ar satura, ca trafic de date, posibilitățile tehnologice ale celor mai puternice calculatoare. De aceea, concepția unei lumi virtuale trebuie simplificată, dar până la punctul la care mediul virtual își pierde credibilitatea și prin urmare nu mai este acceptat de către subiect.

O aplicație reușită de realitate virtuală presupune imersiunea într-un mediu virtual de o asemenea calitate încât toate simțurile, atinse de stimuli de o mare perfecțiune, să confunde călătoria virtuală cu o experiență reală. Pentru aceasta, se recurge la artificii care fac să fie acceptați ca reali stimulii fabricați de calculator și transmiși prin intermediul diferitelor interfețe, simțurilor omului sau direct creierului.

Ființa umană percepe realitatea prin intermediul celor cinci simțuri. Simțurile care captează atenția în proporția cea mai mare sunt văzul și auzul. În domeniul audio s-au realizat și funcționează sisteme de audiție 3D care satisfac cerințele celor mai pretențioase aplicații de realitate virtuală.

Domeniul vizualului, care captează cca. 70% din stimulii realității virtuale, a putut fi dezvoltat prin progresul graficii de sinteză, calculul numeric computerizat permițând producția imaginilor tridimensionale, determinarea instantanee a poziției ochiului și unghiului de vizionare etc.

Această lucrare și-a propus să realizeze o trecere în revistă a stadiului și tendințelor generale ale proiectării aplicațiilor grafice în general, și ale utilizării graficii de sinteză pe calculator pentru sisteme de realitate virtuală, în special. M-am documentat asupra utilizării sintezei grafice pe calculator în acest domeniu, precum și a suportului matematic, procedurilor și tehnicilor implicate în producția și prezentarea imaginii de sinteză pe calculator.

În lucrare am prezentat aspectele teoretice, metodologice și tehnice care se impun ca particularități relevante privind utilizarea sintezei grafice în aplicațiile de realitate virtuală. Tehnicile prezentate sunt generale pentru aplicațiile de generare a mediilor virtuale. Anumite tehnici sunt specifice doar aplicațiilor de realitate virtuală interactive, în care este extrem de importantă interfața operator - calculator, dar acestea includ în absolut toate cazurile, sinteza grafică pe calculator.

Domeniul graficii presupune abordarea a două teme majore: *analiza imaginii* și *sinteza imaginii*. *Analiza imaginii* presupune că există deja imaginea obținută prin diferite tehnici de captare și aceasta trebuie doar exploatată.

Sinteza de imagine constă în ansamblul de acțiuni ce se execută pentru a produce o imagine pornind de la date abstracte. Această lucrare s-a ocupat de cea de-a doua temă și a debutat cu studierea fundamentelor matematice și fizice ale producției și vizualizării imaginilor. De asemenea, am investigat procedurile, algoritmi, metodele și tehnicile care permit ca, pornind de la datele modelate ca reprezentări elementare sau complexe, să se producă efectiv imagini de sinteză pe calculator.

Pentru generarea imaginilor de sinteză se parcurge o succesiune de acțiuni: *crearea scenei* care este o parte a mediului virtual și *reprezentarea prin afișare realistă* a scenei create. Pentru activitățile de generare a scenelor, este esențial studiul trasării și modelării primitivelor (curbe, suprafețe, volume), precum și al asamblării primitivelor pentru obținerea obiectelor complexe.

Reprezentarea exactă a unui obiect complex este foarte dificilă. A cunoaște poziția în cadrul ansamblului a tuturor elementelor componente ar fi aproape imposibil și inutil. Se impune utilizarea unor simplificări, a unor aproximări mai mult sau mai puțin precise cu ajutorul curbelor și suprafețelor, ca primitive matematice. Acestea pot fi stocate în memoria calculatorului de o manieră eficientă și, de asemenea, manipularea lor este mai facilă.

Când se examinează un obiect real tridimensional în condiții normale, deci cu ambii ochi, pe cele două retine se formează două imagini care nu sunt absolut identice și pentru care diferența este influențată de dimensiunile în profunzime ale obiectului examinat. Aceasta este esența percepției în relief. Dacă printr-un anumit procedeu/artificiu, se reușește formarea simultană pe ambele retine a două imagini identice, se obține imaginea unui obiect în trei dimensiuni. Mai trebuie rezolvate probleme de acomodare și contemplare directă a obiectului, toate contribuind la întregirea senzației de "real" în ceea ce privește obiectul propus spre vizionare.

Problema sistemelor de sinteză grafică pe calculator este de a se putea eluda faptul că obiectul oferit contemplației nu există în mod real și coerent în exteriorul subiectului căruia i se oferă percepția.

Pentru a reprezenta obiectele (naturale sau artificiale), precum și deplasarea lor, deformările și interacțiunile, trebuie cunoscute și bine stăpânite diferite noțiuni de matematică fundamentală, de fizică (mecanică, acustică, optică, electronică) și desigur, informatică. Acesta este motivul pentru care am trecut în revistă probleme de reprezentare a curbelor și suprafețelor, de modelare a solidelor, de transformări și proiecții în diferite sisteme de coordonate.

Probleme importante pentru producția de imagine de sinteză sunt și cele legate de iluminare și de proiecție a imaginii obținute. Pentru calcularea iluminării am prezentat cele mai cunoscute metode și anume, cea care utilizează aproximările și cea care calculează interacțiunile luminoase. Pentru redarea imaginii am prezentat procedeu "redării proiective" (care integrează interpolările pentru culori) și procedeu "lansării de raze" (care permite o mai bună prezentare a texturilor și a reflexiei).

Am trecut în revistă tipurile de reprezentări folosite în modelarea tridimensională, de la descompunerea / compunerea obiectelor complexe pe bază de operații boolene, la lucrul cu voxelii (volume elementare).

Există încă numeroase probleme nerezolvate în domeniul modelării obiectelor tridimensionale, una dintre acestea fiind faptul că modelele sunt cu atât mai instabile și inconsistente numeric, cu cât ele reprezintă obiecte mai complexe ca formă spațială.

Suprafețele obiectelor reale posedă un aspect foarte diversificat, fețele obiectelor nu sunt netede și nici culorile nu sunt uniforme. Texturile sunt caracteristici deosebit de importante, indispensabile pentru a da realism imaginilor de sinteză.

Am prezentat metode și tehnici folosite în domeniul reproducerii texturilor și anume: modelarea fractală, texturile solide și sistemele de particule.

Producția imaginilor grafice prin sinteză pe calculator este baza realizării scenelor și obiectelor care compun mediile virtuale.

Realizarea unor medii virtuale de o asemenea calitate tehnică și senzorială, încât să ofere posibilitatea parcurgerii unei experiențe care să nu poată fi deosebită de realitate, rămâne o provocare tehnică, tehnologică și științifică pentru viitor, momentan nefiind încă posibilă.

BIBLIOGRAFIE

- [1] **Akeley K.**, *Reality Engine Graphics. Computer Graphics Proceedings*, Annual Conference Series, 1993, ACM SIGGRAPH, July 1993, 109-116
- [2] **Alexandru C.**, *Modelarea și prototipizarea virtuală a mecanismelor pe baza softurilor performante tip MBS*, Universitatea Transilvania Brașov, Facultatea I.T., 2009, calex@unitbv.ro
- [3] **Andreica A.**, *Concepte și evoluții în informatică*, Facultatea de Studii Europene, Cluj-Napoca, 2000
- [4] **Baciu R.**, Volovici D., *Sisteme de prelucrare grafică*, Editura Albastră, Cluj-Napoca, 1999
- [5] **Bernardini F.**, Rushmeier H. E., *The 3D Model Acquisition Pipeline*, Computer Graphics Forum 21(2), pp 149-172, 2002
- [6] **Burdea G.**, Coiffet Ph., *La realite Virtuelle*, Ed. Hermes, Paris, 1995
- [7] **Cack L.**, Hege H., *Hardware-accelerated point-based rendering of complex scenes*, 13th Eurographics workshop on Redering, pp 43-52, 2002
- [8] **Cadoz C.**, *Les Realites Virtuelles*, Dominos, Flamaron, 1994, Paris
- [9] **Chaillou C.**, Froumentin M., *La Synthese d'images*, 1997, École Universitaire d'ingenieurs de Lille, France
- [10] **Chaillou C.**, *Architectures des Systèmes pour la Synthèse d'Images*, Dunod Informatique
- [11] **Coster M.**, Chermant J., *Précis d'analyse d'images*, Presses du CNRS, Paris, 1994
- [12] **Dachsbacher C.**, Vogelgsang C., Stamminger M., *Sequential point trees*, Transactions on Graphics, pp 657-662, 2003
- [13] **Dif J.**, *Modelisation du corps humain en 3D*, Vuibert Informatique, Paris, 1998
- [14] **Fdida S.**, *Des Autoroutes de l'Informatique au cyberspace*, Dominos, Paris, 1998
- [15] **Goldstein R. A.**, Nagel R., *3D Visual Simulation*, Simulation, 2004
- [16] **Glassner A.**, *An introduction to Raz Tracing*, Academic Press, 1999
- [17] **Guidi C.**, Micoli L., Russo M., Frischer B., De Simone M., Spinetti A., Carosso L., *3D digitization of a large model of imperial Rome*, Fifth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, pp 565-572, 2005

- [18] **Guthe M.**, Borodin P., Balazs A., Klein R., *Real-time appearance preserving out-of-core rendering with Shadows*, Rendering Techniques 2004 (Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering), pages 69-79+409, 2004
- [19] **Halsall F.**, *Multimedia communications – applications, networks, protocols and standards*, Pearson Education Limited, 2001
- [20] **Ionescu F.**, *Programarea aplicațiilor grafice*, București, Printech, 2004
- [21] **Jolival B.**, *La realité virtuelle*, Presses Universitaires de France, 1996
- [22] **Kumar S.**, Snyder D., Duncan D., Cohen J., Cooper J., *Digital Preservation of Ancient Cuneiform Tablets Using 3D-Scanning*, Fourth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, pp 326-333, 2003
- [23] **Klein R.**, *Forma și inteligibilul*, Editura Meridiane, București, 1997
- [24] **Levy P.**, *Qu'est-ce que le virtuel ?*, Science et société, Edition la Decouverte, 1995, Paris
- [25] **Luebke D.**, Lutz C., Wang R., Woolley C., *Scanning Monticello*, <http://www.cs.virginia.edu/Monticello>, 2002
- [26] **Lee T. VV.**, Freundstein F., *Heuristic Combination optimization in the kinematic design*, Eng. Industr. Trans. ASME, 1976
- [27] **Moldoveanu F.**, Racoviță Z., Petrescu Ș., Hera G., Zaharia M., *Grafica pe Calculator*, Ed. Teora, 2006
- [28] **Moldoveanu F.**, *Programarea aplicațiilor grafice*, Ed. Tehnică, 2002
- [29] **Munteanu M. I.**, Nistor A. I., *Algoritmi de triangulație*, Universitatea Alex. Ioan Cuza, Iași, 2008
- [30] **Pajarola R.**, Sainz M., Lario R., *EXTreME splatting: External memory multiresolution point visualization*, Technical Report 04-14, Department of Computer Science, University of California, Irvine, 2004
- [31] **Peretz L.**, *L'Image en 3 dimensions*, Presses du CNRS, Paris, 1996
- [32] **Pfister H.**, Zwicker M., Bae J. V. R., Gross M., *Surfels: Surface Elements as Rendering Primitives*, SIGGRAPH00, pp 335-342, 2000
- [33] **Queau P.**, *Le Virtuel, Vertus et Vertiges*, Collections Champ Vallon, 1993, New York
- [34] **Rogers D.**, *Procedural Elements for Computer Graphics*, McGraw-Hill, New York, 2005

- [35] **Romstorfer K. A.**, *Cetatea Sucevii. Descrisă pe temeiul propriilor cercetări făcute între 1895 și 1904*, București, 1913, 112 pag + 12 planșe
- [36] **Rheingold H.**, *Le communautés virtuelles*, Addison-Wesley, France, 2000
- [37] **Rudrajit S.**, Thomas F., Li K., Jaswinder P. S., *Hybrid Sort-First and Sort-Last Parallel Rendering with a Cluster of PCs*, 2000 SIGGRAPH / Eurographics Workshop on Graphics Hardware, August 2000
- [38] **Rusinkiewicz S.**, Levoy M., *Qsplat: A Multiresolution Point Rendering System for Large Meshes*, pp 343-352, SIGGRAPH'00, 2000
- [39] **Sofronie Gh. ș.a.**, *Medii de programare*, Editura Calipso 2000, București, 2002
- [40] **Stoica V.**, *Grafica pe calculator*, Universitatea Politehnică București, 2009
- [41] **Surcel T.**, Mărșanu R., Avram V., Avram D., *Medii de programare*, Editura Tribuna Economică, București, 2004
- [42] **Ștefănescu B.**, Blumenfeld D., Bucătaru N., Ciutac M., Pavel C., *Tehnici moderne de generare a mediilor virtuale prin sinteză grafică asistată de calculator*, Ed. ICI, 2000
- [43] **Tanenbaum S.**, *Computer Networks, Fourth Edition*, Prentice Hall, 2003
- [44] **Toffler A.**, *Consumatorii de cultură*, Ed. Antet, București, 1997
- [45] **Toffler A.**, *Puterea în mișcare*, Ed. Antet, Oradea, 1995
- [46] **Varadhan G.**, Manocha D., *Aut-of-core rendering of massive geometric environments*, in IEEE Visualization 2002, 2002
- [47] **Vince J.**, *Realitatea virtuală. Trecut, prezent și viitor*, Ed. Tehnică, București, 2000
- [48] **Vince J.**, *Virtual Reality Systems*, Wokingham Addison-Wesley, 1995
- [49] **Visa A.**, *Texture classification and segmentation based on neural network methods*, Helsinki University of Technology, 2006
- [50] **Vlada M.**, *Birotică: Tehnologii multimedia*, Editura Universității din București, 2004
- [51] **Zaharia H.**, *Structuri de date folosite în prelucrarea grafică a informației*, tipografia Universității Tehnice Gheorghe Asachi, 2009, Iași

*** **Documentația proiectului SimSpace –**

http://www.ssi-bucovina.ro/simspace_ro.html

*** ***Open G L, Specification and Reference***, iunie 2002

*** ***Modelarea geometrică 3D parametrizată***, Unversitatea Tehnică Cluj-Napoca, Catedra TCM, Suport de curs, 2009

*** ***Grafica sub Linux***, 2009 (grafica_sub_linux.pdf)

*** ***Computerul și stresul***, 1995, Editura Antet

*** ***The fractal geometry of nature***, publicație electronică